

# Transmission de puissance

N. Mesnier  
Lycée Jean Perrin, Lyon

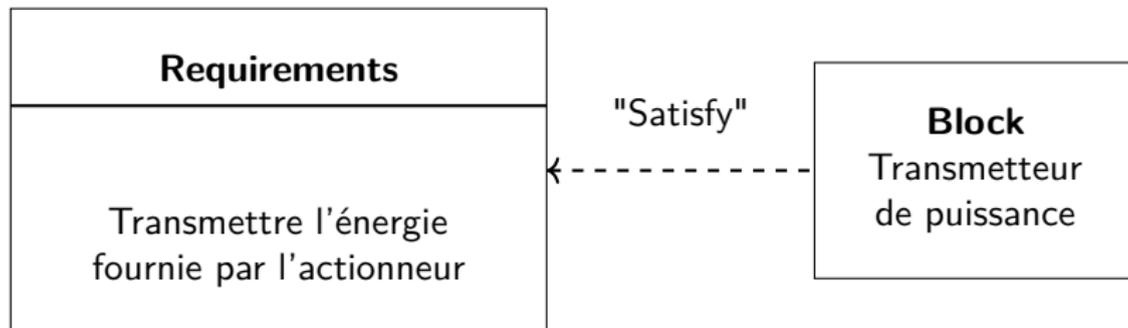
2024–2025

- 1 Introduction
- 2 Adaptateurs de fréquence de rotation
  - Engrenages
  - Trains épicycloïdaux
  - Trains sphériques, différentiel
  - Liens flexibles
- 3 Accouplements
- 4 Transformateurs de mouvement
  - Mécanisme bielle/manivelle
  - Mécanisme vis/écrou



# Introduction

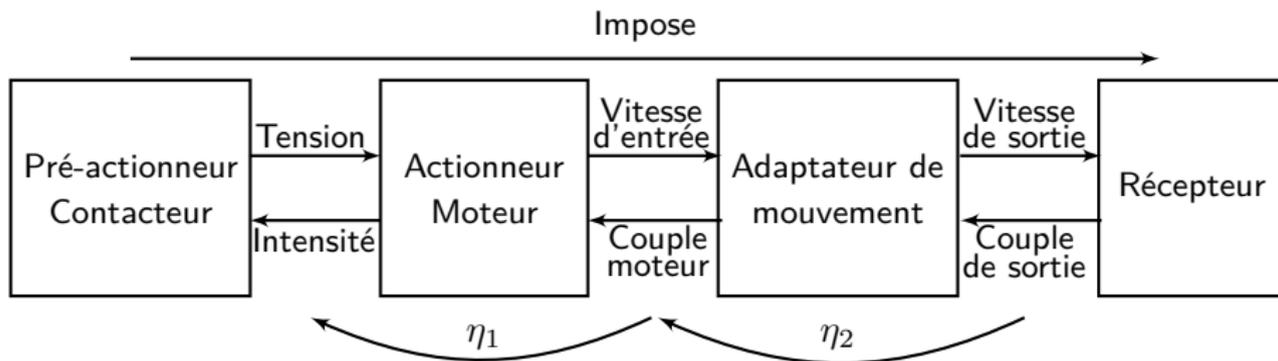
# Transmetteur de puissance



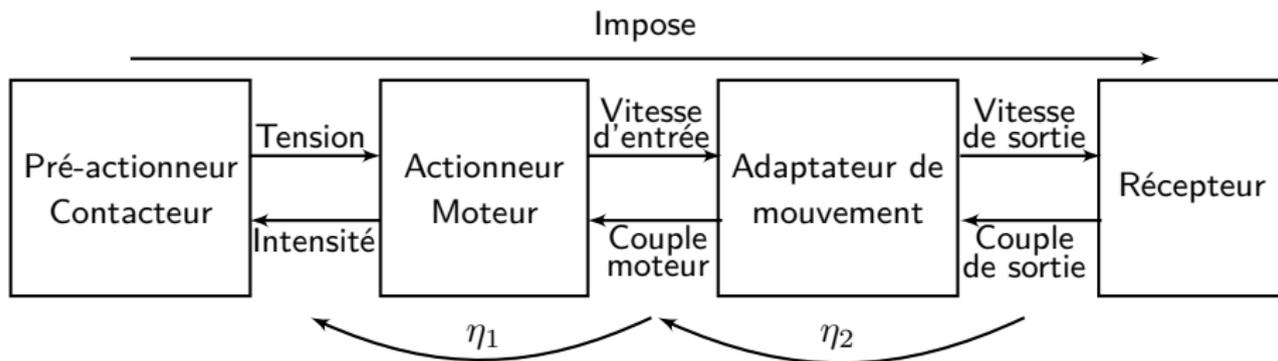


# Adaptateurs de fréquence de rotation

# Adaptateurs de fréquence de rotation



# Adaptateurs de fréquence de rotation



Les principaux moyens utilisés sont :



*Réducteurs à engrenage*

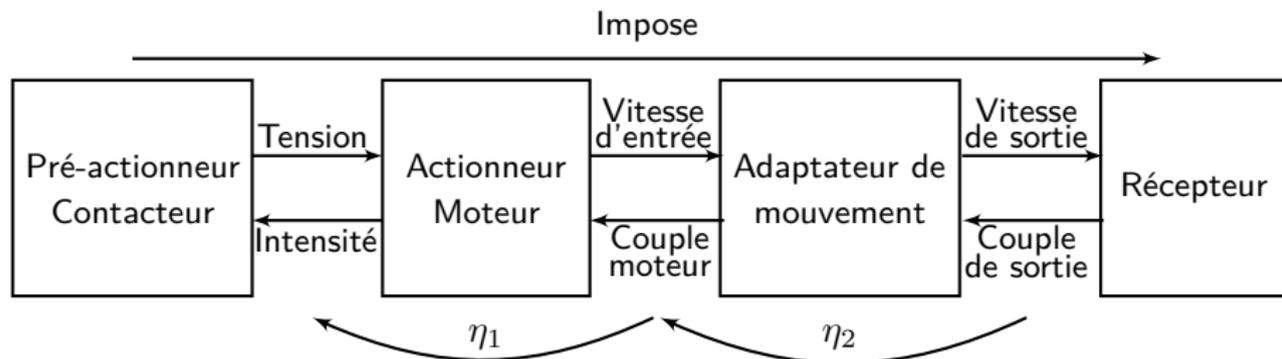


*Réducteurs poulies-courroie*



*Réducteurs pignons-chaîne*

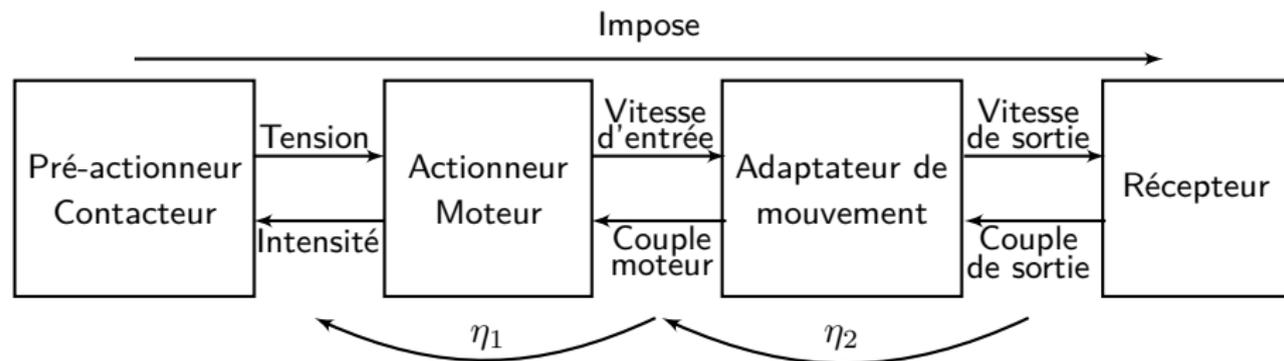
# Adaptateurs de fréquence de rotation



Rendement :

$$\eta_i = \frac{\mathcal{P}_{\text{sortie}}}{\mathcal{P}_{\text{entrée}}} < 1$$

# Adaptateurs de fréquence de rotation



$$\text{rendement de l'adaptateur : } \eta_2 = \frac{C_s \omega_s}{C_m \omega_m}$$

$$\text{rendement du moteur : } \eta_1 = \frac{C_m \omega_m}{UI}$$

$$\text{rendement total : } \eta = \eta_1 \eta_2 = \frac{C_s \omega_s}{UI}$$

## Définition (Rapport de transmission)

Le rapport de transmission est défini comme étant le quotient de la vitesse angulaire de l'arbre d'entrée  $\omega_e$  par celle de l'arbre de sortie  $\omega_s$  du système transmetteur de puissance ; soit :

$$i = \frac{\omega_e}{\omega_s}$$

On utilise aussi son inverse :

$$r = \frac{1}{i} = \frac{\omega_s}{\omega_e}$$

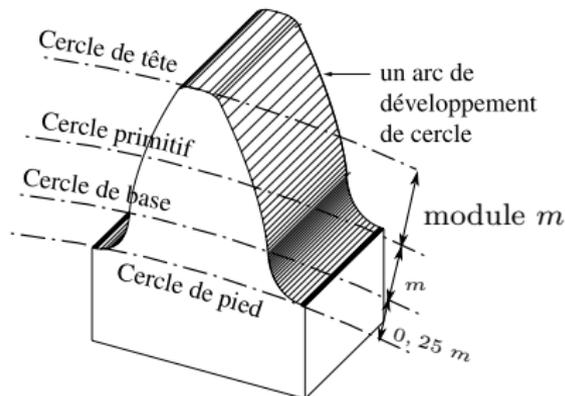
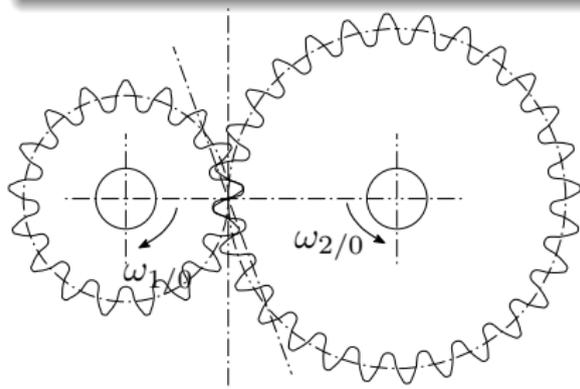
appelé :

- rapport de réduction si  $|r| < 1$ , ce qui est le cas des réducteurs de vitesses où  $|\omega_s| < |\omega_e|$  ;
- rapport de multiplication si  $|r| > 1$ , ce qui est le cas des multiplicateurs de vitesses où  $|\omega_s| > |\omega_e|$ .

# Engrenages

## Définition (Engrenage)

Ensemble de 2 roues dentées complémentaires permettant de transmettre une puissance d'un arbre en rotation à un autre.



Rapport de transmission :

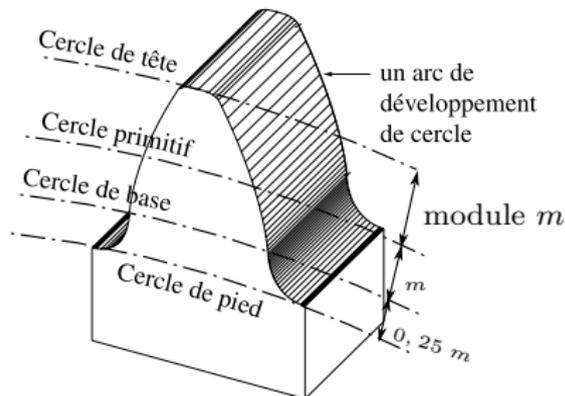
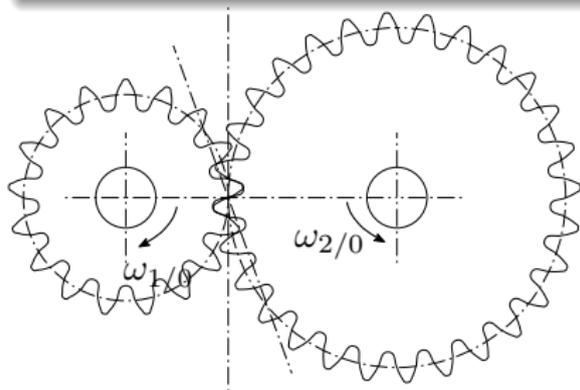
$$i = \frac{\omega_{1/0}}{\omega_{2/0}}$$

▶ animation

# Engrenages

## Définition (Engrenage)

Ensemble de 2 roues dentées complémentaires permettant de transmettre une puissance d'un arbre en rotation à un autre.



2 roues qui engrènent ont même **module**  $m$  (caractéristique de taille, en mm)  
Diamètre primitif  $d$  fonction du nombre de dents  $Z$  :

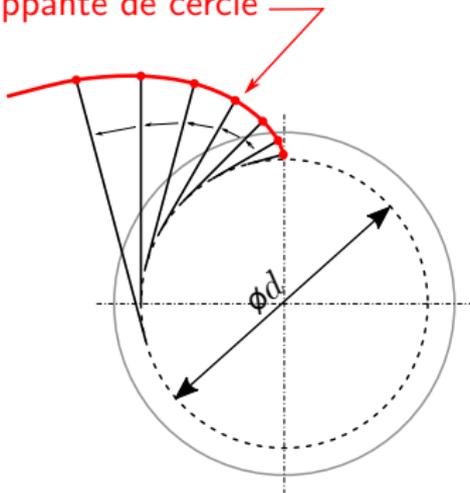
$$d = m Z$$

# Engrenages

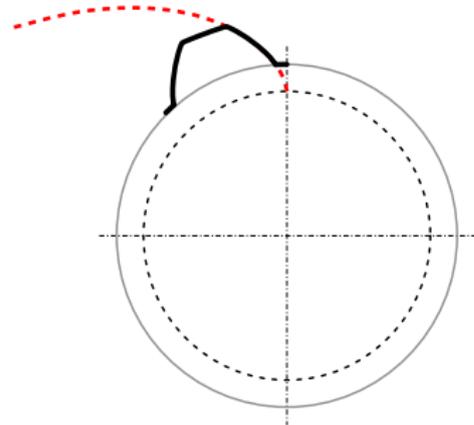
## Définition (Développante de cercle)

On appelle développante de cercle (de base  $d$ ) la courbe décrite par une ficelle qui se déroule d'un cercle de diamètre  $d$ .

Développante de cercle

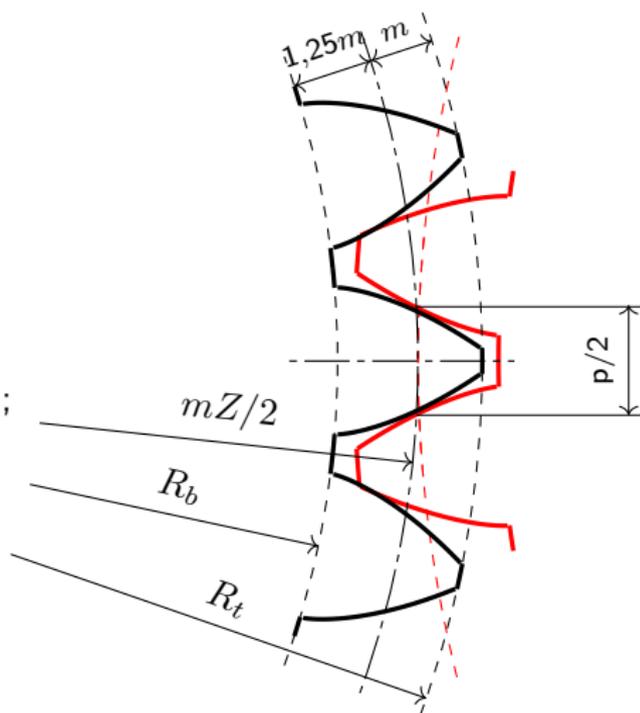


Profil d'une dent



Caractéristiques d'une roue dentée :

- $m$  module ;
- $Z$  nombre de dents ;
- $d = mZ$  diamètre primitif ;
- $R_b = d/2 - 1,25m$  rayon de base ;
- $R_t = d/2 + m$  rayon de tête ;
- $p = 2d \sin\left(\frac{\pi}{2Z}\right)$  pas.



## ■ Types de roues dentées



Pignon



Couronne



*à denture droite*

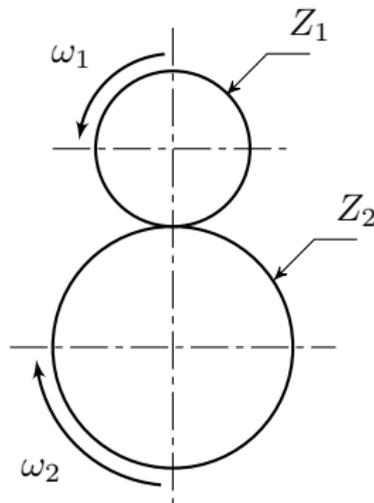


*à denture hélicoïdale*



*à denture en chevrons*

## ■ Réducteur à engrenage parallèle à contact extérieur

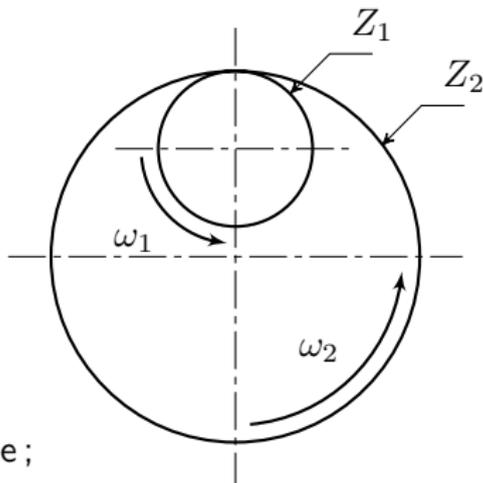


Rapport de transmission :

- $Z_1$  le nombre de dents du pignon d'entrée ;
- $Z_2$  le nombre de dents du pignon de sortie ;

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$

## ■ Réducteur à engrenage parallèle à contact intérieur

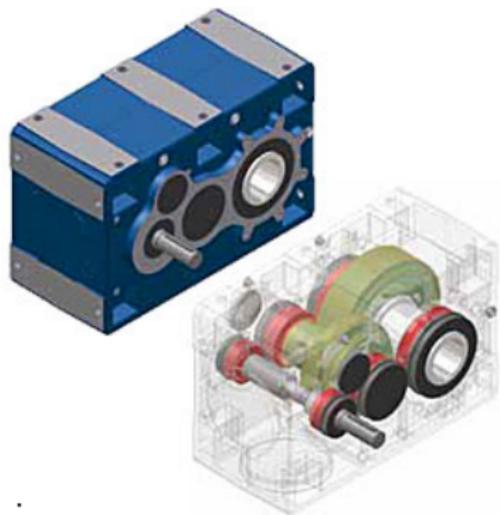


Rapport de transmission :

- $Z_1$  le nombre de dents du pignon d'entrée ;
- $Z_2$  le nombre de dents de la couronne de sortie ;

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = + \frac{Z_2}{Z_1}$$

## ■ Réducteur à engrenages parallèles



Rapport de transmission :

$$i = (-1)^n \frac{\prod Z_{\text{menées}}}{\prod Z_{\text{menantes}}}$$

$n$  : nombre de contacts extérieurs.

## ■ Engrenage à pignons coniques

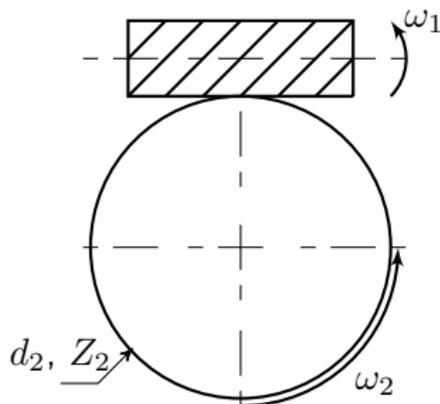


Rapport de transmission :

- $Z_1$  le nombre de dents du pignon d'entrée ;
- $Z_2$  le nombre de dents du pignon de sortie ;

$$|i| = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Z_2}{Z_1}$$

## ■ Roue et vis sans fin



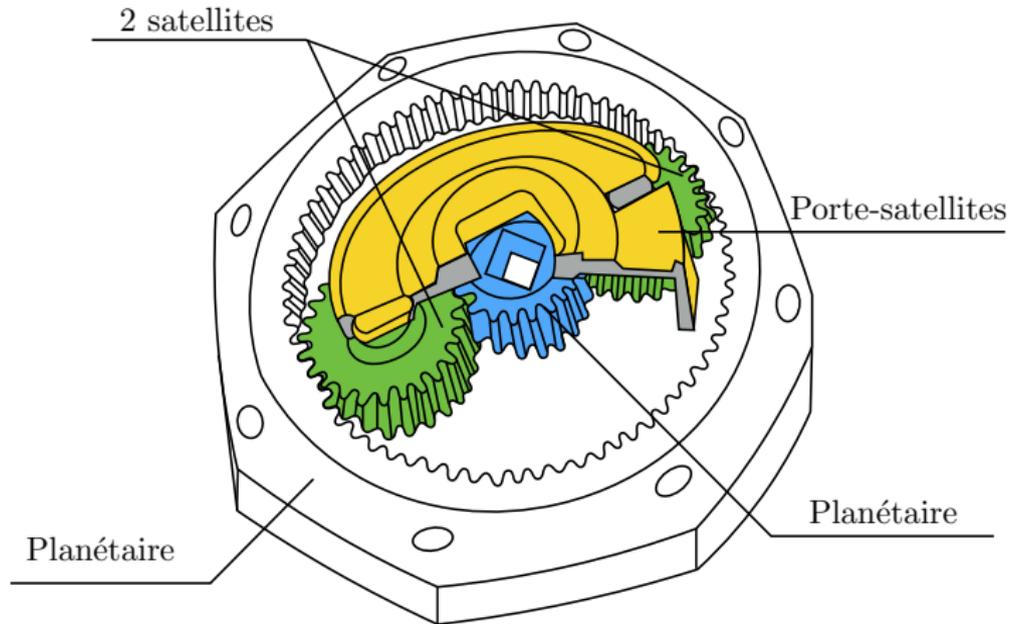
Rapport de transmission :

- $Z_1$  le nombre de filets de la vis en entrée ;
- $Z_2$  le nombre de dents de la roue ;

$$|i| = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Z_2}{Z_1}$$

▶ animation

# Trains épicycloïdaux

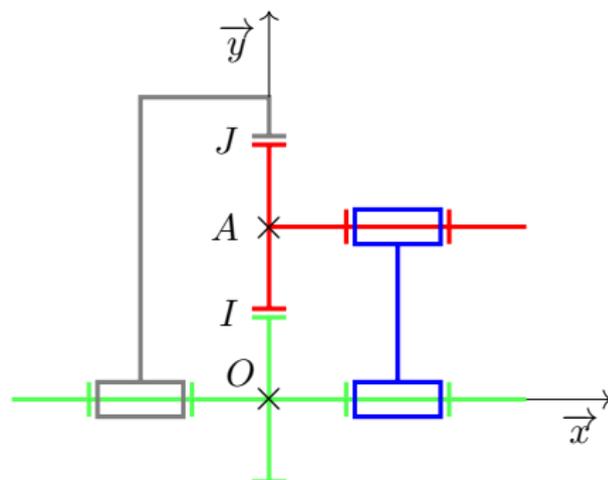
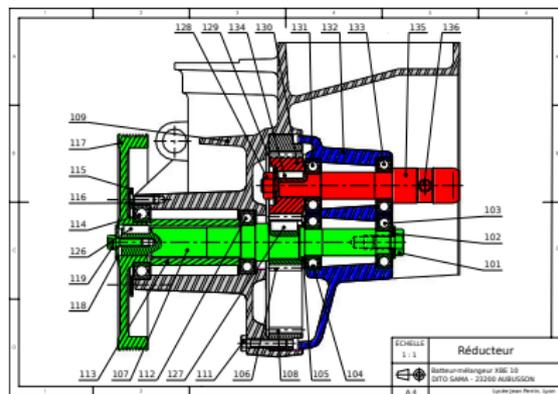


▶ animation

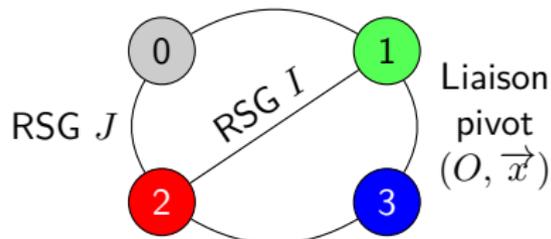
▶ animation

# Trains épicycloïdaux

Exemple : batteur-mélangeur DITO SAMA XBE 10



Liaison pivot ( $O, \vec{x}$ )



Liaison pivot ( $A, \vec{x}$ )

$$\vec{OI} = R_1 \vec{y}$$

$$\vec{AJ} = R_2 \vec{y}$$

# Trains épicycloïdaux

Exemple : batteur-mélangeur DITO SAMA XBE 10

## ■ Détermination des vitesses de rotation

- $\omega_{2/3}$  en fonction de  $\omega_{1/0}$  ;
- $\omega_{3/0}$  en fonction de  $\omega_{1/0}$ .

## 2 méthodes possibles :

### ① méthode rigoureuse

conditions de RSG + composition, résolution

### ② méthode « intuitive »

référentiel pour avoir un train simple + composition  
~ formule de Willis

# Trains épicycloïdaux

Exemple : batteur-mélangeur DITO SAMA XBE 10

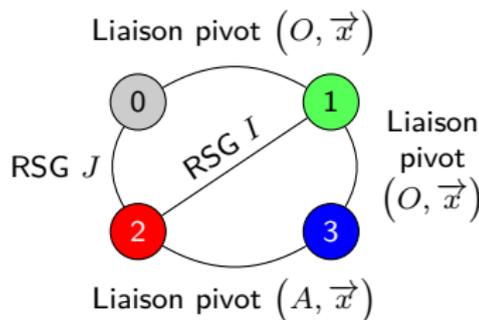
## Méthode rigoureuse

- Conditions de RSG

- $\overrightarrow{V_{I,2/1}} = \vec{0}$  ;
- $\overrightarrow{V_{J,2/0}} = \vec{0}$  ;

- Compositions

Règle : 1 cycle par RSG  
(sans autre RSG).



$$\vec{0} = \overrightarrow{V_{I,2/1}} = \overrightarrow{V_{I,2/3}} + \overrightarrow{V_{I,3/1}}$$

$$\vec{0} = \overrightarrow{V_{J,2/0}} = \overrightarrow{V_{J,2/3}} + \overrightarrow{V_{J,3/1}} + \overrightarrow{V_{J,1/0}}$$

Calcul des vitesses par simple changement de points  
à partir des formes canoniques des torseurs.

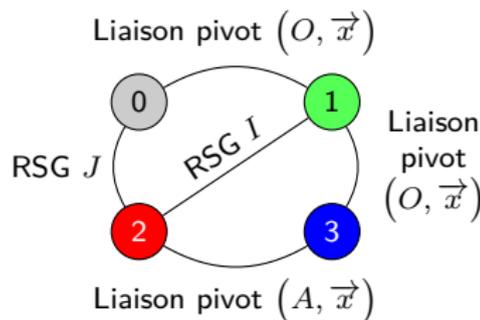
## Méthode rigoureuse

- Conditions de RSG

- $\overrightarrow{V_{I,2/1}} = \vec{0}$  ;
- $\overrightarrow{V_{J,2/0}} = \vec{0}$  ;

- Compositions

Règle : 1 cycle par RSG  
(sans autre RSG).



$$\vec{0} = \overrightarrow{V_{I,2/1}} = \overrightarrow{V_{I,2/3}} + \overrightarrow{V_{I,3/1}}$$

$$\vec{0} = \overrightarrow{V_{J,2/0}} = \overrightarrow{V_{J,2/3}} + \overrightarrow{V_{J,3/1}} + \overrightarrow{V_{J,1/0}}$$

Calcul des vitesses par simple changement de points  
à partir des formes canoniques des torseurs.

# Trains épicycloïdaux

Exemple : batteur-mélangeur DITO SAMA XBE 10

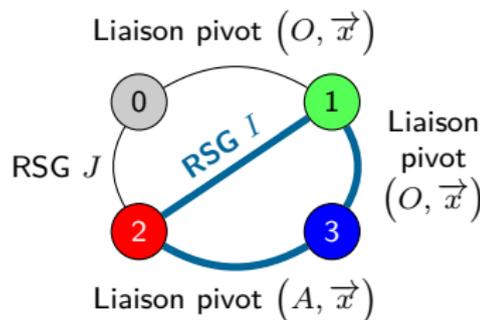
## Méthode rigoureuse

- Conditions de RSG

- $\overrightarrow{V_{I,2/1}} = \vec{0}$  ;
- $\overrightarrow{V_{J,2/0}} = \vec{0}$  ;

- Compositions

Règle : 1 cycle par RSG  
(sans autre RSG).



$$\vec{0} = \overrightarrow{V_{I,2/1}} = \overrightarrow{V_{I,2/3}} + \overrightarrow{V_{I,3/1}}$$

$$\vec{0} = \overrightarrow{V_{J,2/0}} = \overrightarrow{V_{J,2/3}} + \overrightarrow{V_{J,3/1}} + \overrightarrow{V_{J,1/0}}$$

Calcul des vitesses par simple changement de points  
à partir des formes canoniques des torseurs.

# Trains épicycloïdaux

Exemple : batteur-mélangeur DITO SAMA XBE 10

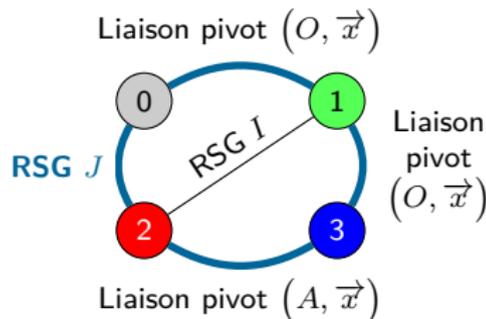
## Méthode rigoureuse

- Conditions de RSG

- $\overrightarrow{V_{I,2/1}} = \vec{0}$  ;
- $\overrightarrow{V_{J,2/0}} = \vec{0}$  ;

- Compositions

Règle : 1 cycle par RSG  
(sans autre RSG).



$$\vec{0} = \overrightarrow{V_{I,2/1}} = \overrightarrow{V_{I,2/3}} + \overrightarrow{V_{I,3/1}}$$

$$\vec{0} = \overrightarrow{V_{J,2/0}} = \overrightarrow{V_{J,2/3}} + \overrightarrow{V_{J,3/1}} + \overrightarrow{V_{J,1/0}}$$

Calcul des vitesses par simple changement de points  
à partir des formes canoniques des torseurs.

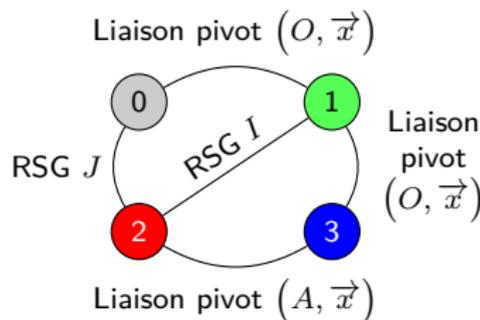
## Méthode rigoureuse

- Conditions de RSG

- $\overrightarrow{V_{I,2/1}} = \vec{0}$  ;
- $\overrightarrow{V_{J,2/0}} = \vec{0}$  ;

- Compositions

Règle : 1 cycle par RSG  
(sans autre RSG).



$$\vec{0} = \overrightarrow{V_{I,2/1}} = \overrightarrow{V_{I,2/3}} + \overrightarrow{V_{I,3/1}}$$

$$\vec{0} = \overrightarrow{V_{J,2/0}} = \overrightarrow{V_{J,2/3}} + \overrightarrow{V_{J,3/1}} + \overrightarrow{V_{J,1/0}}$$

Calcul des vitesses par simple changement de points  
à partir des formes canoniques des torseurs.

- Torseurs cinématiques

$$\forall M \in (O, \vec{x}), \quad \{\mathcal{V}_{1/0}\} = \underset{M}{\left\{ \begin{array}{c} \omega_{1/0} \vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}}, \quad \{\mathcal{V}_{3/1}\} = \underset{M}{\left\{ \begin{array}{c} \omega_{3/1} \vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$$

$$\forall M \in (A, \vec{x}), \quad \{\mathcal{V}_{2/3}\} = \underset{M}{\left\{ \begin{array}{c} \omega_{2/3} \vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$$

- Calcul des vitesses par changement de point

$$\overrightarrow{V_{I,2/3}} = \overrightarrow{V_{A,2/3}} + \overrightarrow{\Omega_{2/3}} \wedge \overrightarrow{AI} = -\omega_{2/3} R_2 \vec{z}$$

$$\overrightarrow{V_{I,3/1}} = \overrightarrow{V_{O,3/1}} + \overrightarrow{\Omega_{3/1}} \wedge \overrightarrow{OI} = \omega_{3/1} R_1 \vec{z}$$

$$\overrightarrow{V_{J,2/3}} = \overrightarrow{V_{A,2/3}} + \overrightarrow{\Omega_{2/3}} \wedge \overrightarrow{AJ} = \omega_{2/3} R_2 \vec{z}$$

$$\overrightarrow{V_{J,3/1}} = \overrightarrow{V_{O,3/1}} + \overrightarrow{\Omega_{3/1}} \wedge \overrightarrow{OJ} = \omega_{3/1} (R_1 + 2R_2) \vec{z}$$

$$\overrightarrow{V_{J,1/0}} = \overrightarrow{V_{O,1/0}} + \overrightarrow{\Omega_{1/0}} \wedge \overrightarrow{OJ} = \omega_{1/0} (R_1 + 2R_2) \vec{z}$$

# Trains épicycloïdaux

Exemple : batteur-mélangeur DITO SAMA XBE 10

Il vient alors le système :

$$\begin{cases} \omega_{2/3}R_2 = \omega_{3/1}R_1 \\ \omega_{2/3}R_2 = -(\omega_{3/1} + \omega_{1/0})(R_1 + 2R_2) \end{cases}$$

Par composition des taux de rotation :

$$\overrightarrow{\Omega}_{3/0} = \overrightarrow{\Omega}_{3/1} + \overrightarrow{\Omega}_{1/0} = (\omega_{3/1} + \omega_{1/0}) \vec{x} \iff \omega_{3/1} = \omega_{3/0} - \omega_{1/0}$$

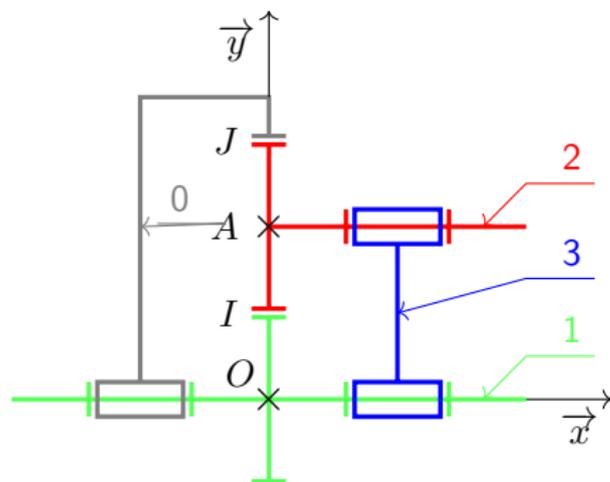
puis par substitution, il vient alors :

$$\begin{aligned} \omega_{3/0} &= \frac{R_1}{2(R_2 + R_1)} \omega_{1/0} \\ \omega_{2/3} &= \frac{-R_1}{R_2} \left( \frac{R_1 + 2R_2}{2(R_2 + R_1)} \right) \omega_{1/0} \end{aligned}$$

# Trains épicycloïdaux

Exemple : batteur-mélangeur DITO SAMA XBE 10

## Méthode « intuitive »

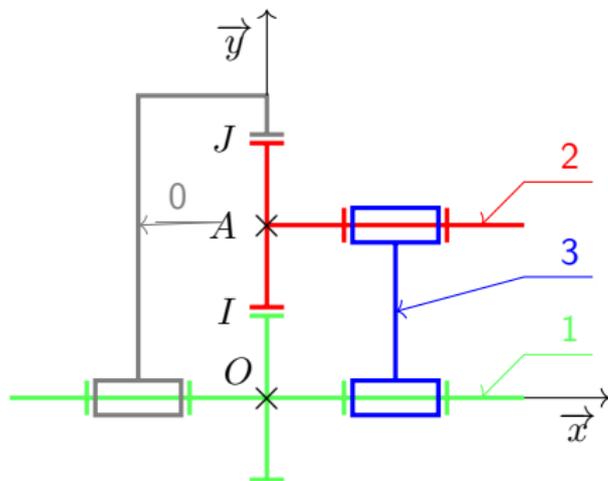


**i** On prend le porte-satellite 3 comme référentiel

# Trains épicycloïdaux

Exemple : batteur-mélangeur DITO SAMA XBE 10

## Méthode « intuitive »



Par rapport au porte-satellite (2 trains simples) :

$$\frac{\omega_{2/3}}{\omega_{1/3}} = \frac{-R_1}{R_2} \quad \text{et} \quad \frac{\omega_{0/3}}{\omega_{2/3}} = \frac{R_2}{R_1 + 2R_2}$$

# Trains épicycloïdaux

Exemple : batteur-mélangeur DITO SAMA XBE 10

Il vient alors :

$$\omega_{2/3} = \frac{-R_1}{R_2} \omega_{1/3} \quad \text{et} \quad \omega_{0/3} = \frac{R_2}{R_1 + 2R_2} \omega_{2/3}$$

Par substitution :

$$\omega_{0/3} = \frac{-R_1}{R_1 + 2R_2} \omega_{1/3}$$

Par composition des taux de rotations colinéaires, on a :

$$\overrightarrow{\Omega}_{1/3} = \omega_{1/3} \vec{x} = \overrightarrow{\Omega}_{1/0} - \overrightarrow{\Omega}_{3/0} = (\omega_{1/0} - \omega_{3/0}) \vec{x} \iff \omega_{1/3} = \omega_{1/0} - \omega_{3/0}$$

on retrouve les mêmes résultats :

$$\omega_{3/0} = \frac{R_1}{2(R_2 + R_1)} \omega_{1/0}$$
$$\omega_{2/3} = \frac{-R_1}{R_2} \left( \frac{R_1 + 2R_2}{2(R_2 + R_1)} \right) \omega_{1/0}$$

# Trains épicycloïdaux

- 1 porte-satellite (PS) comme référentiel

$$\frac{\omega_{T/PS}}{\omega_{E/PS}} = \frac{-Z_E}{Z_T}, \quad \frac{\omega_{S/PS}}{\omega_{T/PS}} = \frac{Z_T}{Z_E + 2Z_T}$$

- 2 raison basique du train épicycloïdal

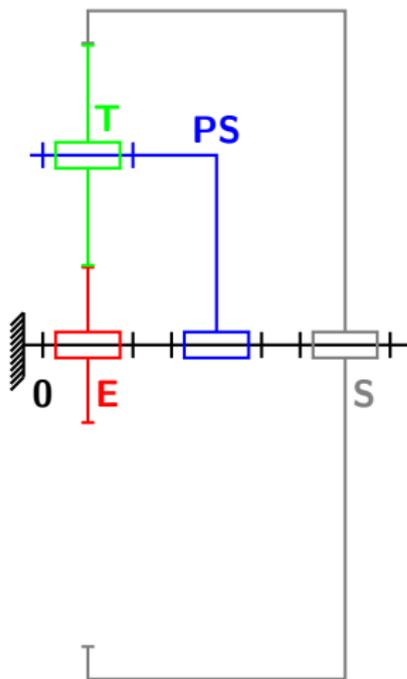
$$\lambda = \frac{\omega_{S/PS}}{\omega_{E/PS}} = \frac{-Z_E}{Z_E + 2Z_T}$$

- 3 composition des taux de rotation colinéaires

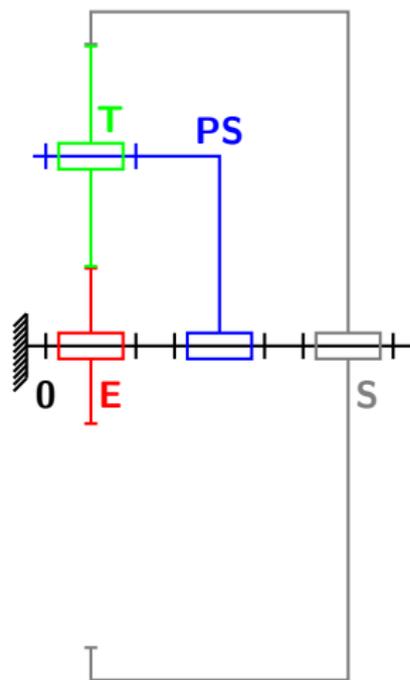
$$\begin{cases} \omega_{S/PS} = \omega_{S/0} - \omega_{PS/0} \\ \omega_{E/PS} = \omega_{E/0} - \omega_{PS/0} \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \lambda = \frac{\omega_{S/0} - \omega_{PS/0}}{\omega_{E/0} - \omega_{PS/0}}$$

- 4 formule de Willis

$$\omega_{S/0} - \lambda\omega_{E/0} + (\lambda - 1)\omega_{PS/0} = 0$$



# Trains épicycloïdaux



- ① porte-satellite (PS) comme référentiel

$$\frac{\omega_{T/PS}}{\omega_{E/PS}} = \frac{-Z_E}{Z_T}, \quad \frac{\omega_{S/PS}}{\omega_{T/PS}} = \frac{Z_T}{Z_E + 2Z_T}$$

- ② raison basique du train épicycloïdal

$$\lambda = \frac{\omega_{S/PS}}{\omega_{E/PS}} = \frac{-Z_E}{Z_E + 2Z_T}$$

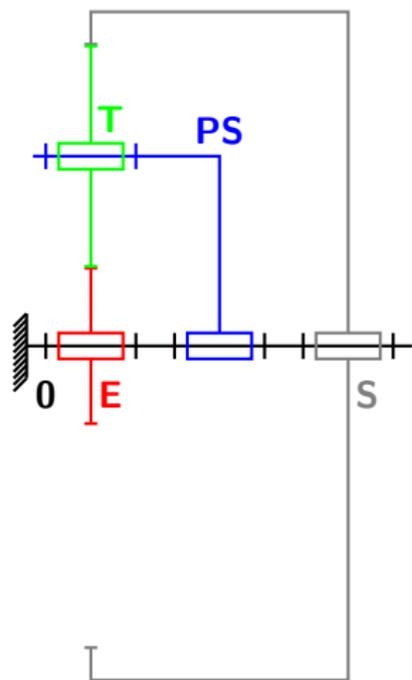
- ③ composition des taux de rotation colinéaires

$$\begin{cases} \omega_{S/PS} = \omega_{S/0} - \omega_{PS/0} \\ \omega_{E/PS} = \omega_{E/0} - \omega_{PS/0} \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \lambda = \frac{\omega_{S/0} - \omega_{PS/0}}{\omega_{E/0} - \omega_{PS/0}}$$

- ④ formule de Willis

$$\omega_{S/0} - \lambda \omega_{E/0} + (\lambda - 1) \omega_{PS/0} = 0$$

# Trains épicycloïdaux



- ① porte-satellite (PS) comme référentiel

$$\frac{\omega_{T/PS}}{\omega_{E/PS}} = \frac{-Z_E}{Z_T}, \quad \frac{\omega_{S/PS}}{\omega_{T/PS}} = \frac{Z_T}{Z_E + 2Z_T}$$

- ② raison basique du train épicycloïdal

$$\lambda = \frac{\omega_{S/PS}}{\omega_{E/PS}} = \frac{-Z_E}{Z_E + 2Z_T}$$

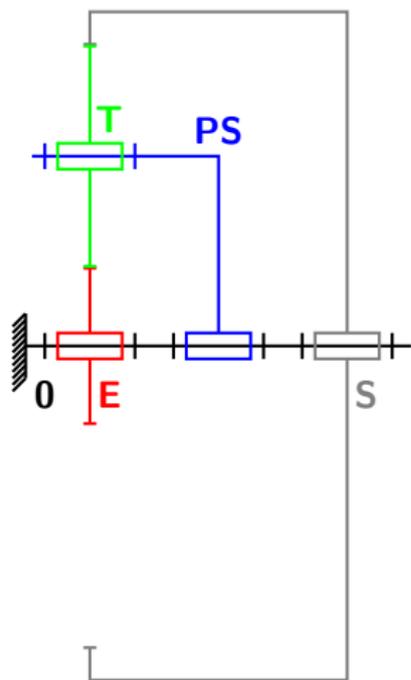
- ③ composition des taux de rotation colinéaires

$$\begin{cases} \omega_{S/PS} = \omega_{S/0} - \omega_{PS/0} \\ \omega_{E/PS} = \omega_{E/0} - \omega_{PS/0} \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \lambda = \frac{\omega_{S/0} - \omega_{PS/0}}{\omega_{E/0} - \omega_{PS/0}}$$

- ④ formule de Willis

$$\omega_{S/0} - \lambda \omega_{E/0} + (\lambda - 1) \omega_{PS/0} = 0$$

# Trains épicycloïdaux



- 1 porte-satellite (PS) comme référentiel

$$\frac{\omega_{T/PS}}{\omega_{E/PS}} = \frac{-Z_E}{Z_T}, \quad \frac{\omega_{S/PS}}{\omega_{T/PS}} = \frac{Z_T}{Z_E + 2Z_T}$$

- 2 raison basique du train épicycloïdal

$$\lambda = \frac{\omega_{S/PS}}{\omega_{E/PS}} = \frac{-Z_E}{Z_E + 2Z_T}$$

- 3 composition des taux de rotation colinéaires

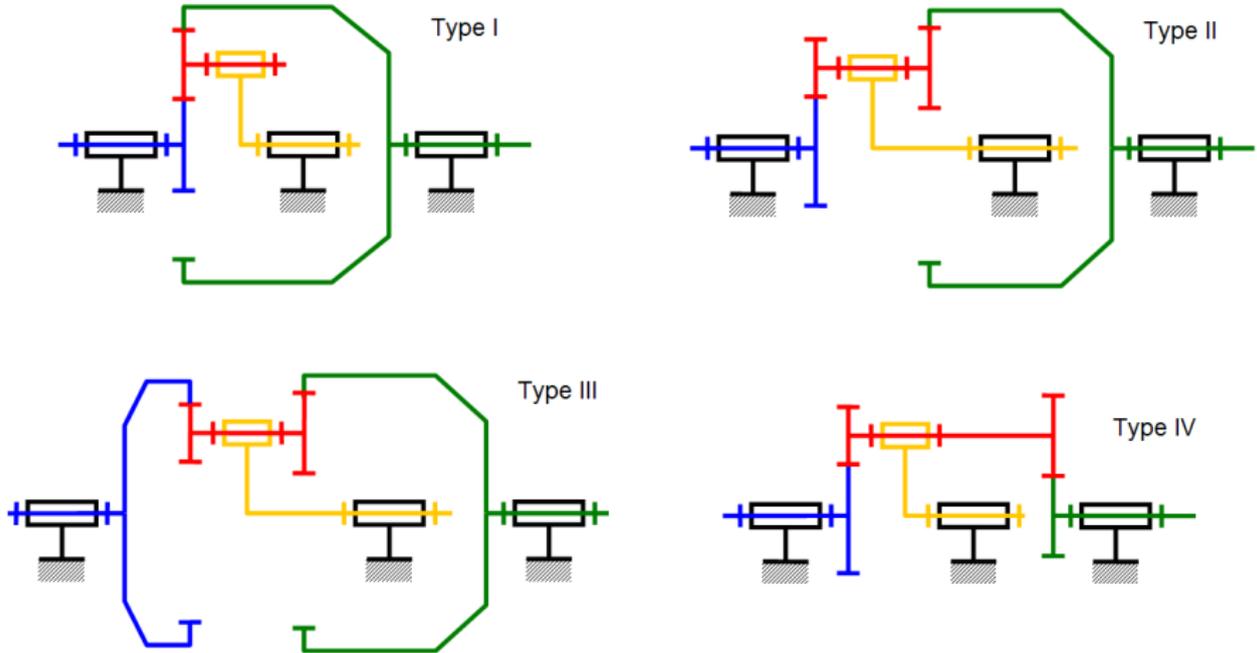
$$\begin{cases} \omega_{S/PS} = \omega_{S/0} - \omega_{PS/0} \\ \omega_{E/PS} = \omega_{E/0} - \omega_{PS/0} \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \lambda = \frac{\omega_{S/0} - \omega_{PS/0}}{\omega_{E/0} - \omega_{PS/0}}$$

- 4 formule de Willis

$$\omega_{S/0} - \lambda\omega_{E/0} + (\lambda - 1)\omega_{PS/0} = 0$$

# Trains épicycloïdaux

## ■ Types de trains épicycloïdaux



# Trains sphériques

## Définition (Train sphérique)

On appelle train épicycloïdal sphérique ou train sphérique tout train épicycloïdal dont l'axe de l'engrenage satellite n'est pas parallèle à l'axe principal des planétaires. Les axes sont donc concourants.

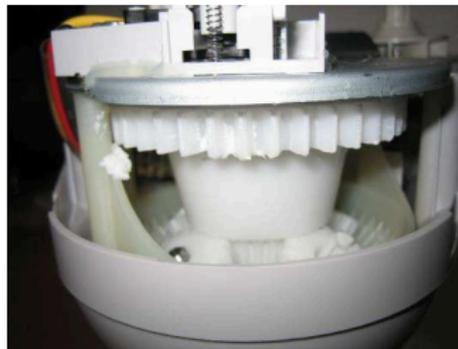
# Trains sphériques

## Définition (Train sphérique)

On appelle train épicycloïdal sphérique ou train sphérique tout train épicycloïdal dont l'axe de l'engrenage satellite n'est pas parallèle à l'axe principal des planétaires. Les axes sont donc concourants.



*Robot Kenwood KM262*

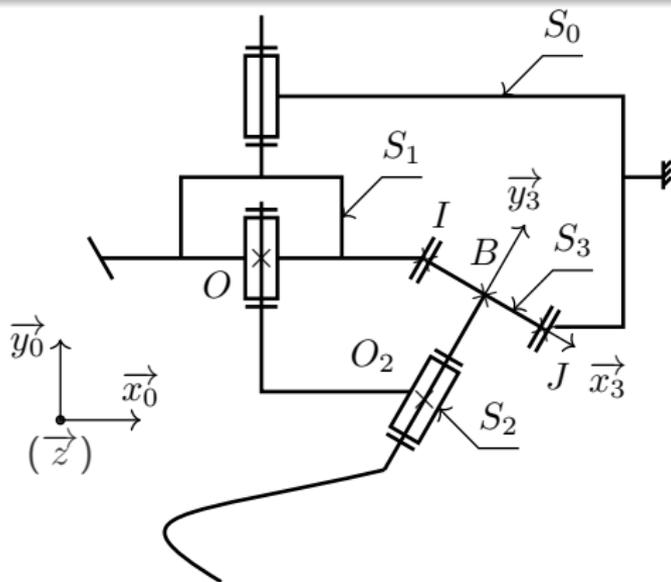


*Zoom sur le train sphérique*

# Trains sphériques

## Définition (Train sphérique)

On appelle train épicycloïdal sphérique ou train sphérique tout train épicycloïdal dont l'axe de l'engrenage satellite n'est pas parallèle à l'axe principal des planétaires. Les axes sont donc concourants.



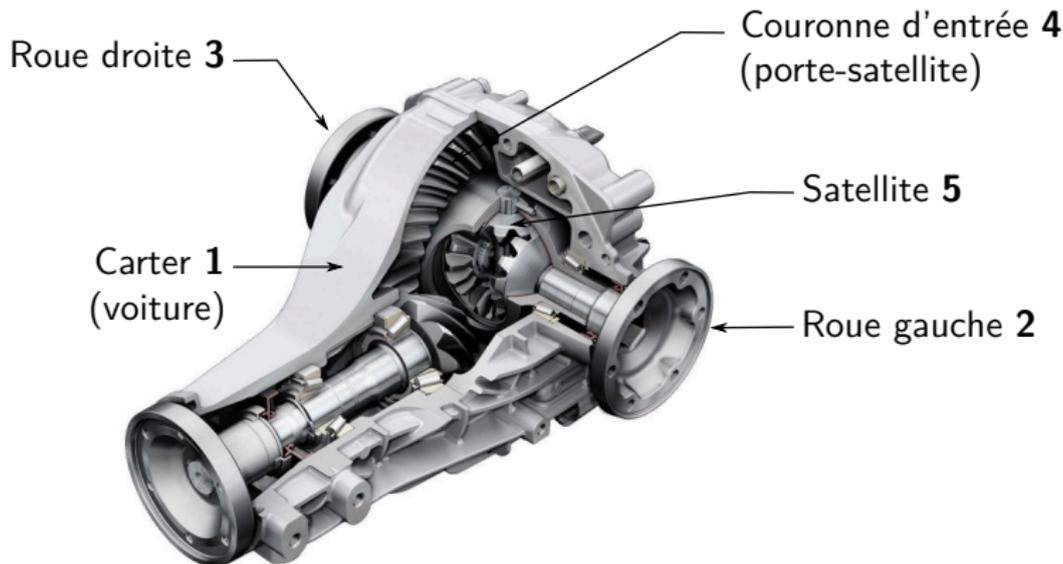
## Définition (Différentiel)

Un différentiel est un train sphérique pour lequel les axes des planétaires et du satellite sont orthogonaux.

# Différentiel

## Définition (Différentiel)

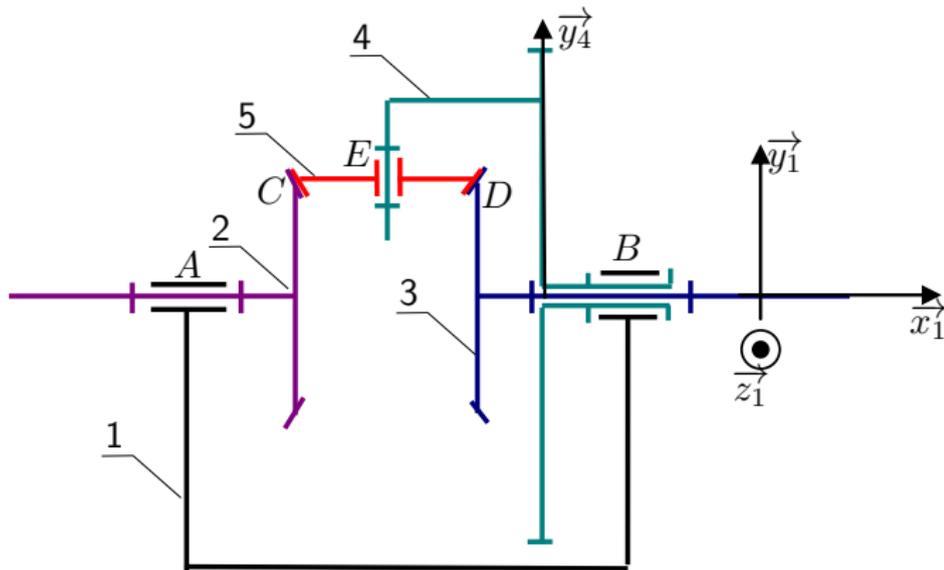
Un différentiel est un train sphérique pour lequel les axes des planétaires et du satellite sont orthogonaux.



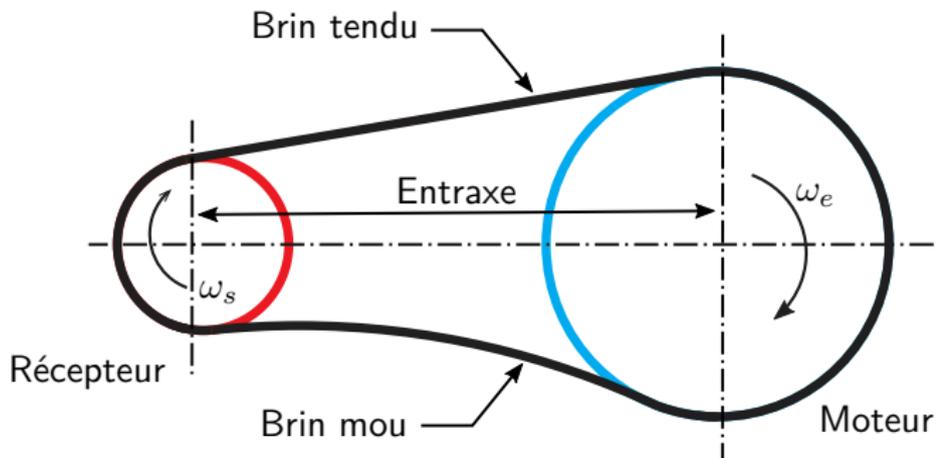
# Différentiel

## Définition (Différentiel)

Un différentiel est un train sphérique pour lequel les axes des planétaires et du satellite sont orthogonaux.



# Liens flexibles



Rapport de transmission :

$$i = \frac{\omega_e}{\omega_s} = \frac{d_s}{d_e}$$

# Liens flexibles



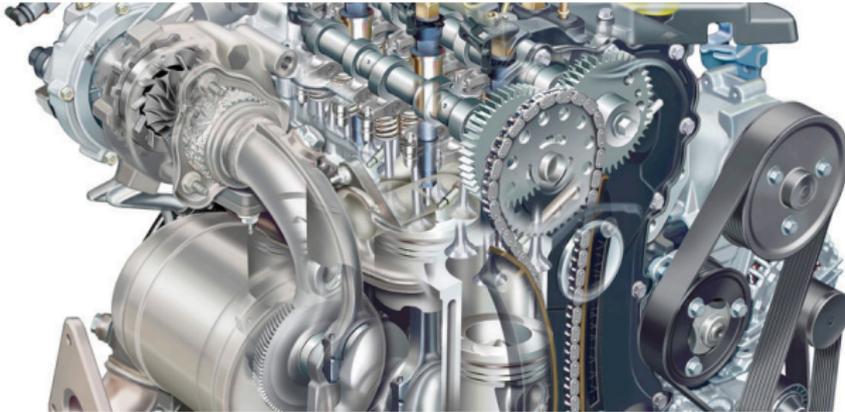
*Transmission par courroie crantée*

▶ animation



*Chaine reliant deux arbres à cames*

▶ animation



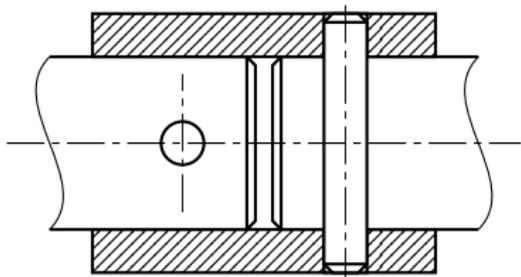
Moteur Renault-Nissan M9R (avec chaîne et courroie)



# Accouplements

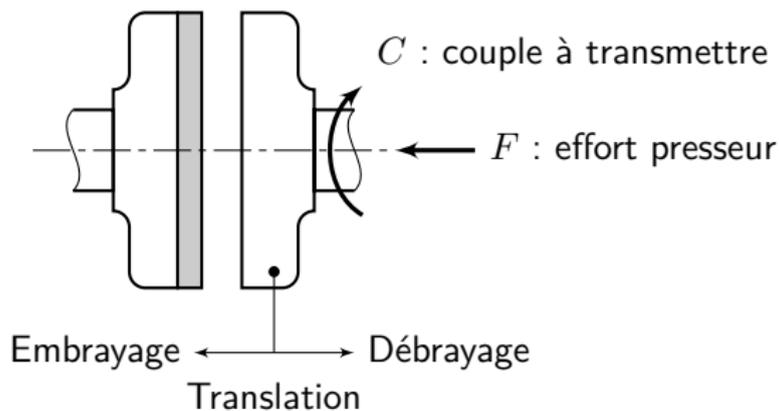
# Accouplements

- ① Accouplement permanent (liaison complète)
- ② Accouplement temporaire (embrayages et freins)



# Accouplements

- 1 Accouplement permanent (liaison complète)
- 2 Accouplement temporaire (embrayages et freins)



# Accouplements homocinétiques



*Joint Rzeppa*



*Joint de Oldham*

▶ animation

▶ vidéo



*Joint tripod*

homocinétique  $\longleftrightarrow$  mêmes vitesses de rotation

# Accouplements homocinétiques



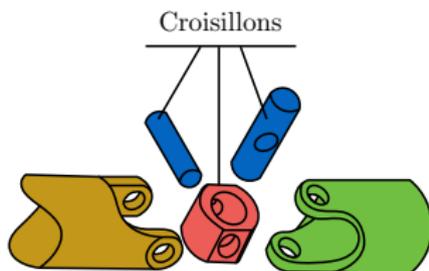
*Joint Rzeppa*



*Joint de Oldham*



*Joint tripode*



Joint de cardan



Double joint de cardan

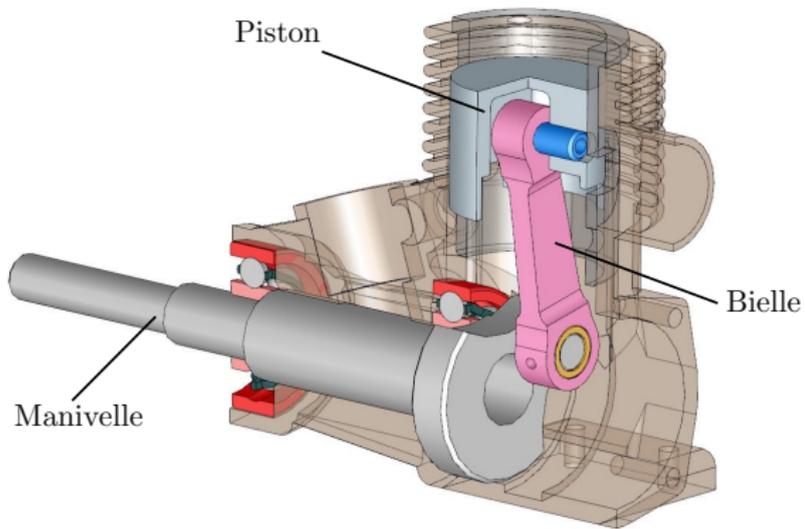
▶ Joint Cardan

▶ Double joint de Cardan



# Transformateurs de mouvement

# Mécanisme bielle/manivelle



▶ animation

▶ compresseur

# Mécanisme vis/écrou



Caractérisé par son **nombre de filets** et son **pas**  $p$  en mm (implicitement par tour) tel que le déplacement axial  $x$  soit lié à la variation d'angle  $\theta$  selon

$$x(t) = \frac{p}{2\pi}\theta(t) \implies \dot{x}(t) = \frac{p}{2\pi}\dot{\theta}(t)$$

► Vis à billes

# Mécanisme pignon/crémaillère

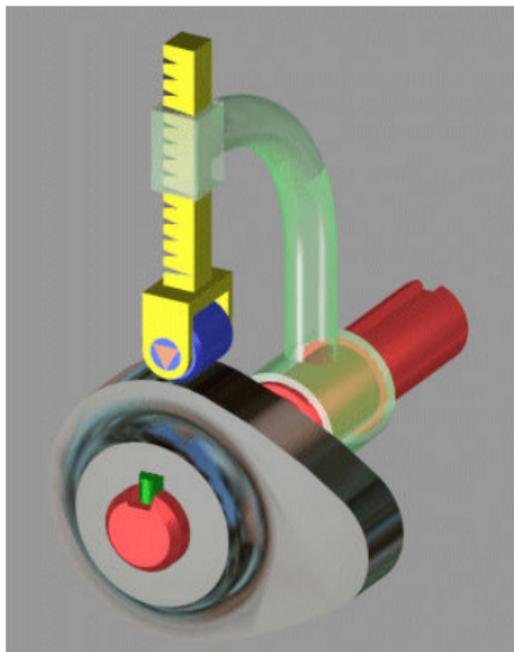


Le déplacement linéaire de la crémaillère  $x$  est lié au déplacement angulaire de la roue  $\theta$  par la relation :

$$x(t) = R \theta(t) \implies \dot{x}(t) = R \dot{\theta}(t)$$

▶ animation

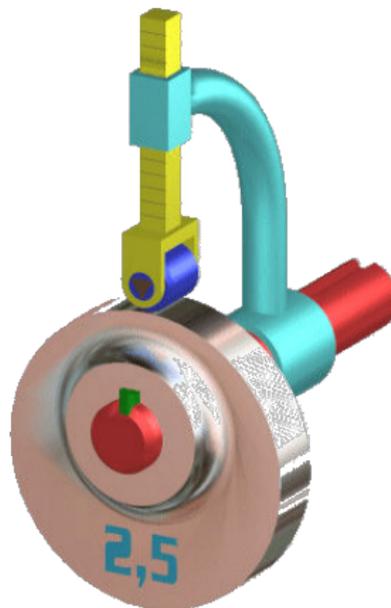
# Mécanisme à came ou excentrique



Système à came

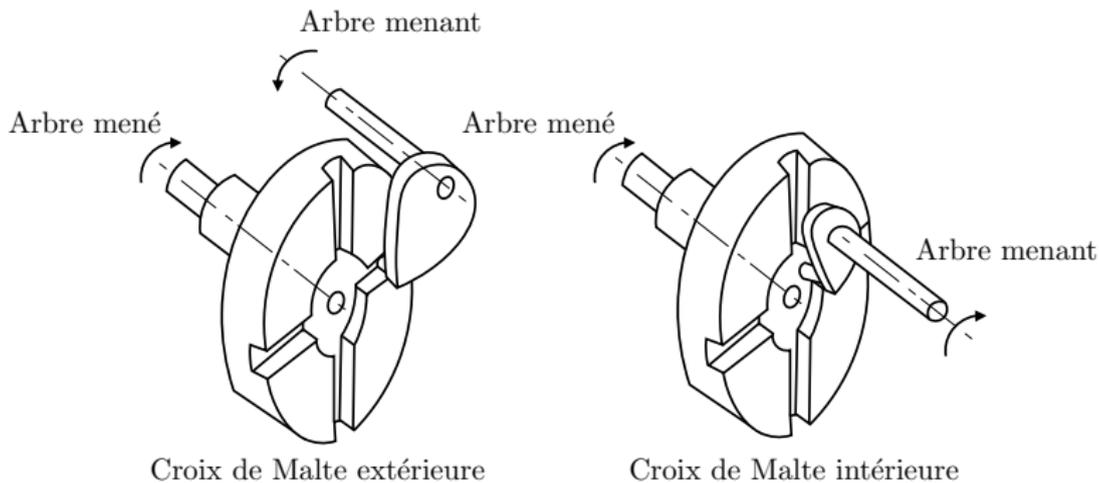
▶ animation

▶ animation



Système à excentrique

# Mécanisme à croix de Malte



▶ à 4 rainures

▶ à 5 rainures



N. Mesnier, lycée Jean Perrin, Lyon