

Modélisation des sources et circuits électriques

N. Mesnier

Lycée Jules Ferry, Versailles

2018–2019

■ Contexte

L'énergie électrique est au cœur du fonctionnement de nombreux systèmes, des plus simples aux plus sophistiqués.



■ Objectifs du cours

Acquérir les bases fondamentales d'électrotechnique pour :

- dimensionner les composants des circuits électriques ;
- caractériser les échanges d'énergie entre composants.

- 1 Nature et modélisation des sources électriques
- 2 Dipôles élémentaires des circuits électriques
- 3 Lois et principes de l'électrocinétisme
- 4 Technologie & modélisation du moteur à courant continu

1

2

3

4

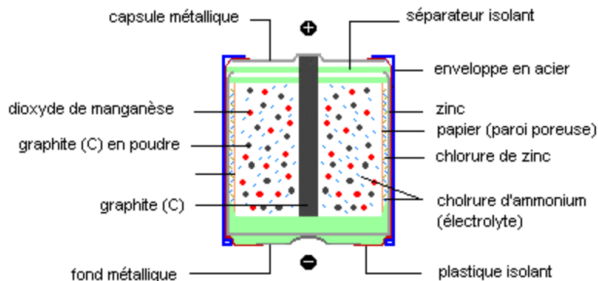
Nature et modélisation des sources électriques

Sources de tension continue









Batteries



Piles



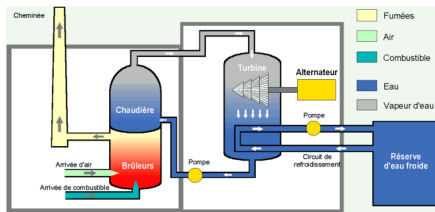
Sources de tension alternative

	Nucléaire	Énergies renouvelables				Thermique		
								
Énergie	Nucléaire	Hydrau- lique	Éolien ter- restre	Éolien marin	Photo- voltaïque	Gaz	Charbon	Fioul
Proportion	75 %	12 %	3 %			5 %	4 %	1 %
Coût (€/MWh)	49,5	15-20	82	> 220	229 à 370	70-100		NC
Ém. CO_2 (g/kWh)	0					365	953	830

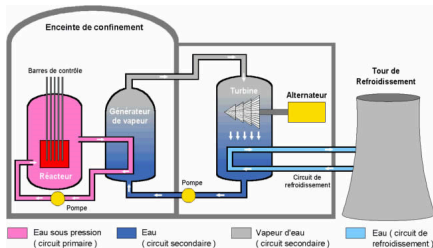
Sources : EDF et cour des comptes.

Sources de tension alternative

Centrales nucléaires et thermiques



Centrale thermique



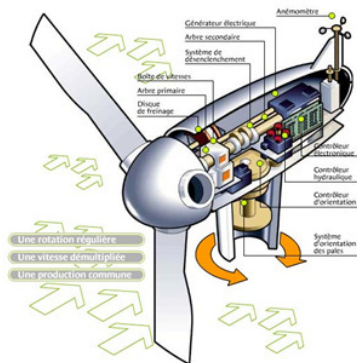
Centrale nucléaire

Génération d'électricité à partir d'une turbine entraînée par de la vapeur d'eau qui entraîne un alternateur.

Seule la façon d'obtenir la vapeur d'eau diffère.

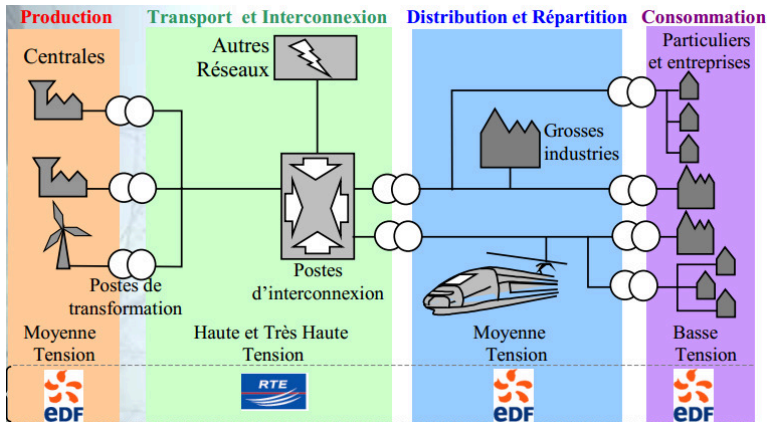
Sources de tension alternative

Éoliennes



Utilisation d'une génératrice hyper-synchrone pour adapter la fréquence de la tension produite en fonction de celle de rotation des pales (fonction de la vitesse du vent).

Transport et distribution de l'énergie électrique

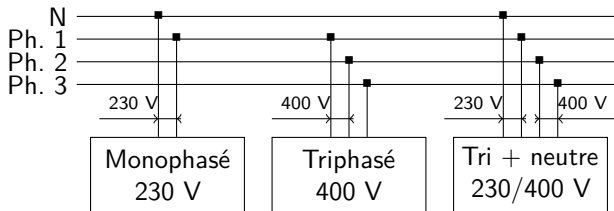


- **Enjeu** : minimiser les pertes par effet Joule dans les câbles

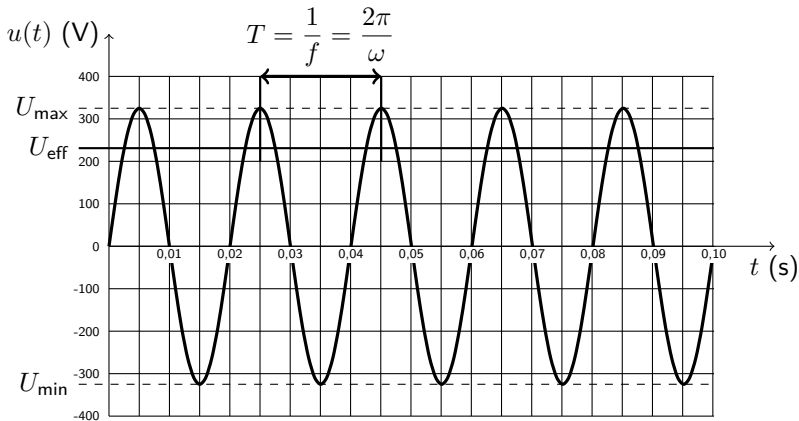
$$\mathcal{P}_{\text{diss}}(t) = \frac{\rho \ell}{S} i^2(t)$$

Caractéristiques du réseau

■ Réseau triphasé 50 Hz



Caractéristiques du réseau monophasé 50 Hz



$$u(t) = U_{\max} \sin(\omega t)$$

■ Tension

$$u(t) = U_{\max} \sin(\omega t)$$

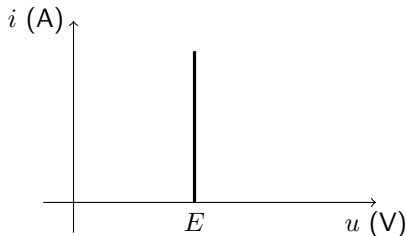
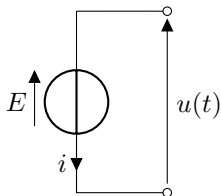
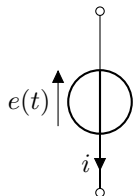
● Valeur moyenne

$$\langle u(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = \frac{U_{\max}}{T} \int_0^T \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) dt = 0 \text{ V}$$

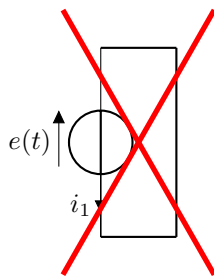
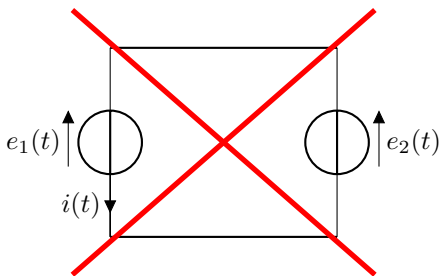
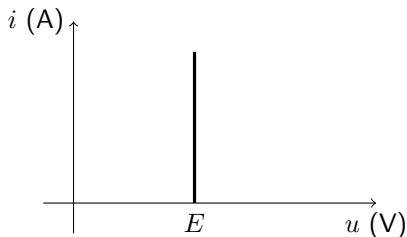
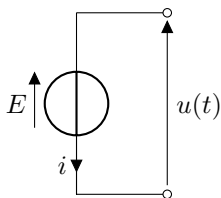
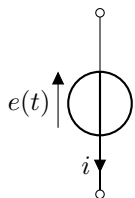
● Valeur efficace

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\langle u^2(t) \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = 230 \text{ V}$$

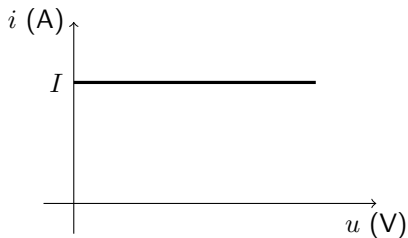
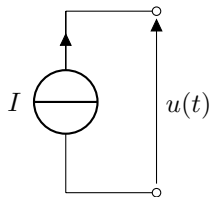
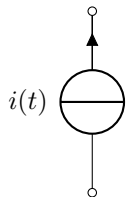
Source idéale de tension



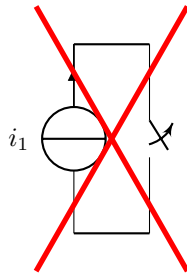
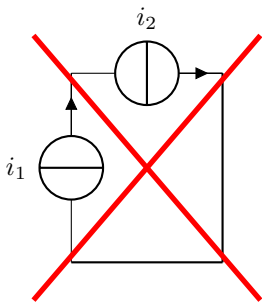
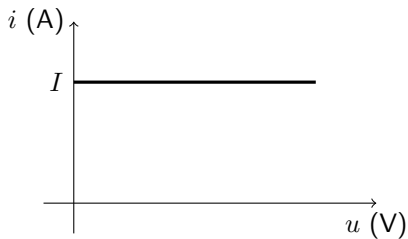
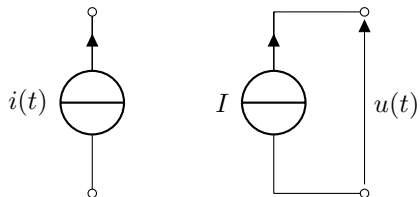
Source idéale de tension



Source idéale de courant



Source idéale de courant



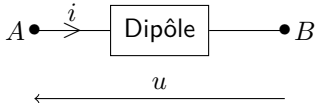
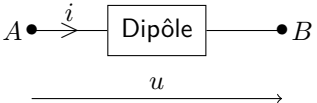


Dipôles élémentaires des circuits électriques

Définitions I

Définition (Dipôle)

Un dipôle est un élément de circuit électrique relié par deux bornes. Le courant entrant par l'une étant égal à celui sortant par l'autre.

Convention récepteur	Convention générateur
 <p>$\mathcal{P} > 0$: reçoit de l'énergie</p>	 <p>$\mathcal{P} > 0$: fournit de l'énergie</p>

Définition (Point de fonctionnement d'un dipôle)

Le point de fonctionnement d'un dipôle est un point de coordonnées (u, i) dans un plan où les tension et courant sont portés sur les axes de repérage.

Définitions II

Définition (Puissance électrique)

La puissance électrique \mathcal{P} parcourant un dipôle est une notion instantanée définie par le produit de la tension à ses bornes $u(t)$ et du courant $i(t)$ le traversant :

$$\mathcal{P}(t) = u(t)i(t)$$

Son unité est le Watt (W) ou le Volt-Ampère (V·A).

Définition (Énergie électrique)

L'énergie électrique W correspond à la quantité d'énergie ayant traversé un dipôle entre deux instants t_1 et t_2 :

$$\frac{dW}{dt}(t) = \mathcal{P}(t) \quad \Leftrightarrow \quad W_{t_1 \rightarrow t_2} = W(t_2) - W(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{P}(t) dt$$

Son unité est le Joule (J=W·s).

Définitions III

Définition (Caractéristique statique d'un dipôle)

La caractéristique statique tension-courant d'un dipôle s'obtient en relevant l'ensemble de ses points (U, I) de fonctionnement statique.

Définition (Dipôle actif/passif)

Un dipôle est dit actif s'il peut produire de l'énergie. Il est dit passif dans le cas contraire.

Attention :

- dipôle passif : convention récepteur
- dipôle actif : convention générateur

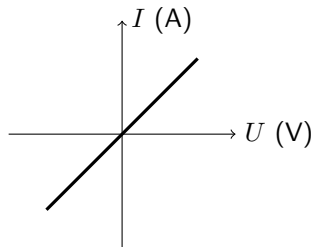
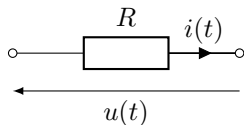
Définition (Dipôle linéaire)

C'est un dipôle dont la relation tension–courant est régie par une équation différentielle linéaire à coefficients constants.

Dipôles passifs

- Résistor de résistance R ;
- Bobine d'inductance L ;
- Condensateur de capacité C .

Résistor de résistance R



Loi d'Ohm :

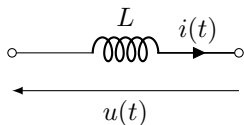
$$u(t) = R i(t)$$

R = résistance en Ohm (Ω).

Puissance instantanée (effet Joule) :

$$\mathcal{P}(t) = u(t)i(t) = R i^2(t) = \frac{u^2(t)}{R} > 0$$

Bobine d'inductance L



$$u(t) = L \frac{di}{dt}(t)$$

L = inductance en Henri (H).

Puissance :

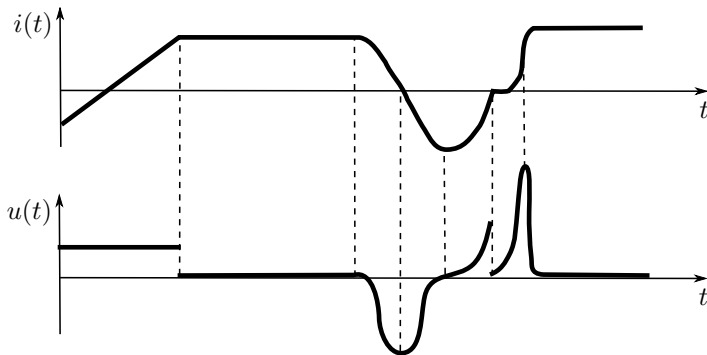
$$\mathcal{P}(t) = u(t)i(t) = Li(t) \frac{di}{dt}(t)$$

Énergie transférée entre 2 instants :

$$W_{t_1 \rightarrow t_2} = \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{P}(t) dt = \frac{L}{2} (i^2(t_2) - i^2(t_1))$$

Bobine d'inductance L

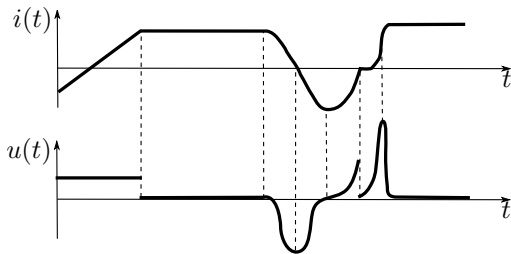
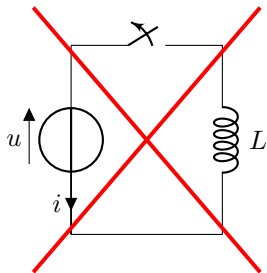
- Nécessaire continuité en courant



Une bobine lisse le courant.

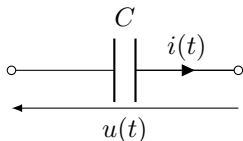
Bobine d'inductance L

■ Nécessaire continuité en courant



i On ne peut pas déconnecter brutalement une bobine d'un circuit !

Condensateur de capacité C



$$i(t) = C \frac{du}{dt}(t)$$

C = capacité en Farad (F).

Puissance :

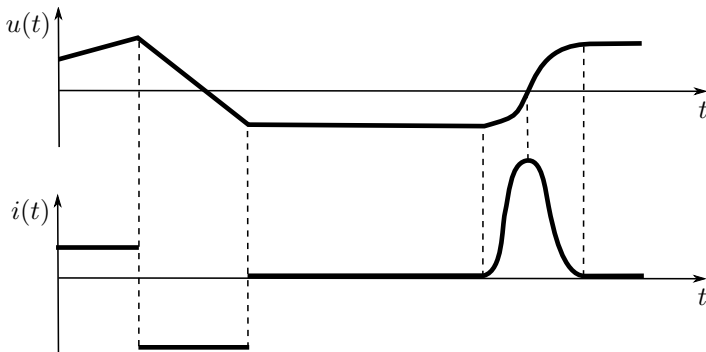
$$\mathcal{P}(t) = u(t)i(t) = Cu(t) \frac{du}{dt}(t)$$

Énergie transférée entre 2 instants :

$$W_{t_1 \rightarrow t_2} = \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{P}(t) dt = \frac{C}{2} (u^2(t_2) - u^2(t_1))$$

Condensateur de capacité C

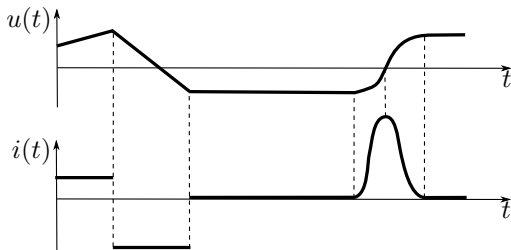
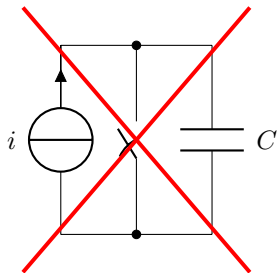
■ Nécessaire continuité en tension



Un condensateur lisse la tension.

Condensateur de capacité C

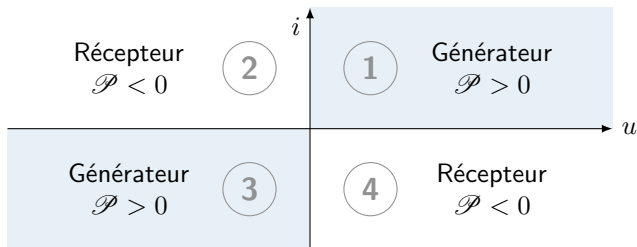
■ Nécessaire continuité en tension



i On ne peut pas mettre en court-circuit un condensateur d'un circuit !

Dipôles actifs

Un dipôle actif peut avoir un comportement générateur ou récepteur.



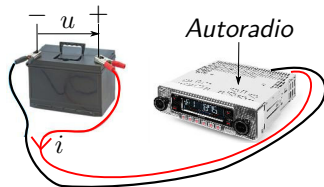
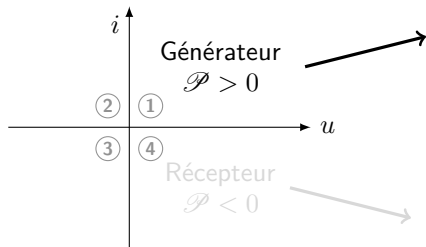
- fonctionnement générateur : fournit de la puissance au circuit électrique

$$\mathcal{P}(t) = u(t)i(t) > 0$$

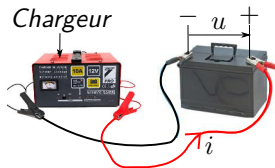
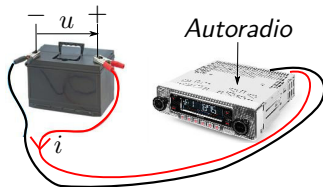
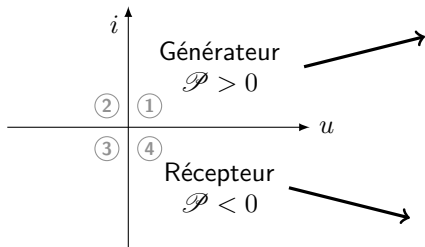
- fonctionnement récepteur : reçoit la puissance électrique de l'extérieur

$$\mathcal{P}(t) = u(t)i(t) < 0$$

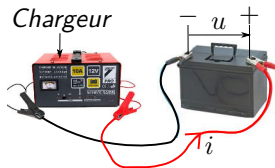
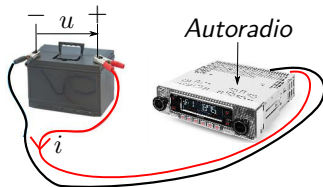
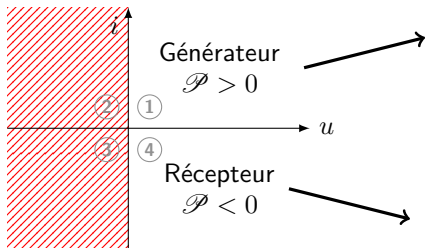
■ Exemple d'une batterie



■ Exemple d'une batterie

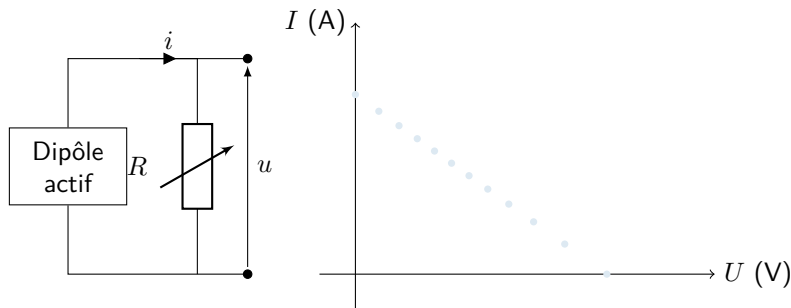


■ Exemple d'une batterie



i Une batterie est polarisée \Rightarrow pas d'inversion de tension possible !

■ Détermination expérimentale de la caractéristique

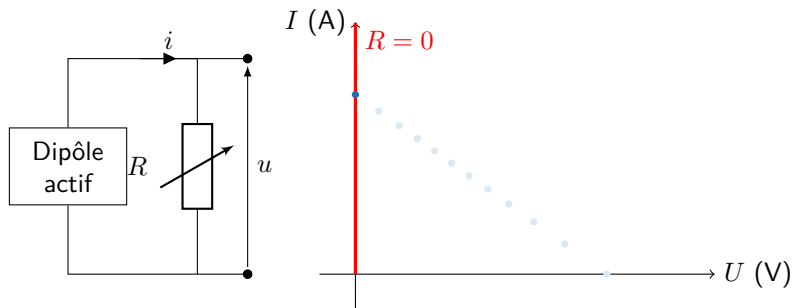


Caractéristique statique = droite d'équation :

$$I(U) = I_{cc} \left(\frac{E - U}{E} \right) = I_{cc} - \frac{U}{R_{int}} = \frac{E - U}{R_{int}}$$

où $I_{cc} = \frac{E}{R_{int}}$ est la valeur de courant de court-circuit (tel que $U = 0$)

■ Détermination expérimentale de la caractéristique

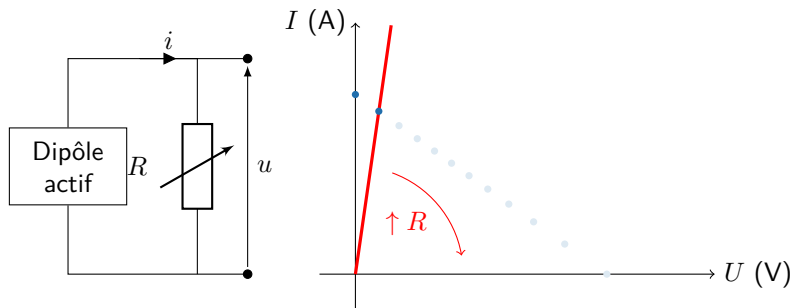


Caractéristique statique = droite d'équation :

$$I(U) = I_{cc} \left(\frac{E - U}{E} \right) = I_{cc} - \frac{U}{R_{int}} = \frac{E - U}{R_{int}}$$

où $I_{cc} = \frac{E}{R_{int}}$ est la valeur de courant de court-circuit (tel que $U = 0$)

■ Détermination expérimentale de la caractéristique

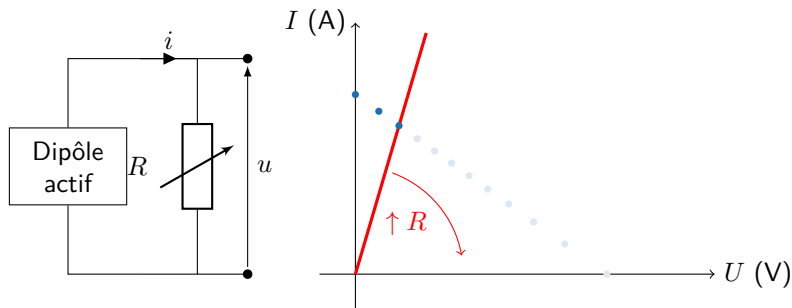


Caractéristique statique = droite d'équation :

$$I(U) = I_{cc} \left(\frac{E - U}{E} \right) = I_{cc} - \frac{U}{R_{int}} = \frac{E - U}{R_{int}}$$

où $I_{cc} = \frac{E}{R_{int}}$ est la valeur de courant de court-circuit (tel que $U = 0$)

■ Détermination expérimentale de la caractéristique

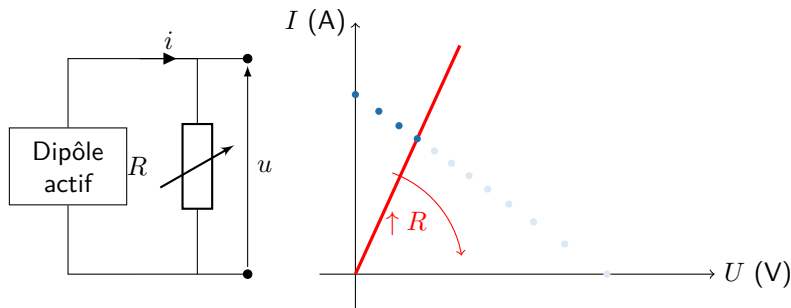


Caractéristique statique = droite d'équation :

$$I(U) = I_{cc} \left(\frac{E - U}{E} \right) = I_{cc} - \frac{U}{R_{int}} = \frac{E - U}{R_{int}}$$

où $I_{cc} = \frac{E}{R_{int}}$ est la valeur de courant de court-circuit (tel que $U = 0$)

■ Détermination expérimentale de la caractéristique

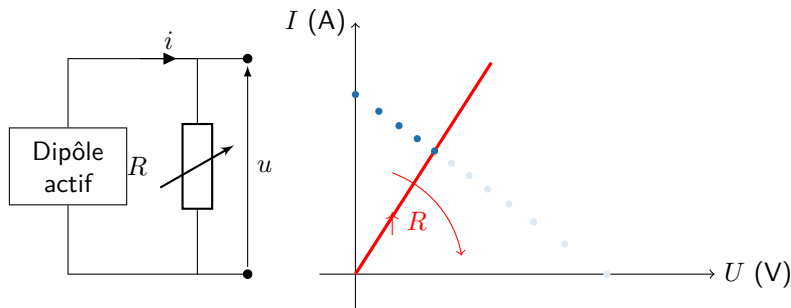


Caractéristique statique = droite d'équation :

$$I(U) = I_{cc} \left(\frac{E - U}{E} \right) = I_{cc} - \frac{U}{R_{int}} = \frac{E - U}{R_{int}}$$

où $I_{cc} = \frac{E}{R_{int}}$ est la valeur de courant de court-circuit (tel que $U = 0$)

■ Détermination expérimentale de la caractéristique

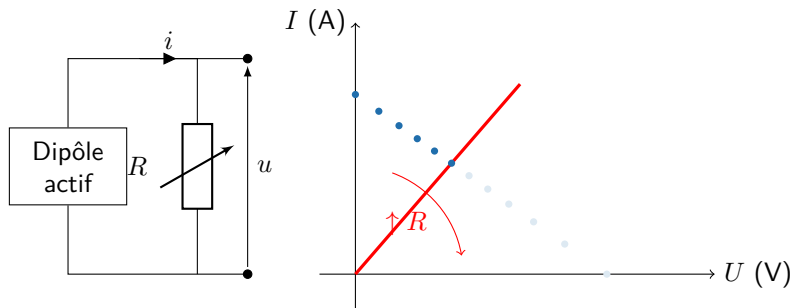


Caractéristique statique = droite d'équation :

$$I(U) = I_{cc} \left(\frac{E - U}{E} \right) = I_{cc} - \frac{U}{R_{int}} = \frac{E - U}{R_{int}}$$

où $I_{cc} = \frac{E}{R_{int}}$ est la valeur de courant de court-circuit (tel que $U = 0$)

■ Détermination expérimentale de la caractéristique

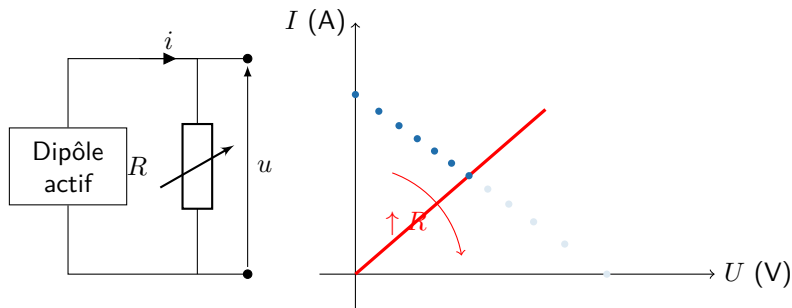


Caractéristique statique = droite d'équation :

$$I(U) = I_{cc} \left(\frac{E - U}{E} \right) = I_{cc} - \frac{U}{R_{int}} = \frac{E - U}{R_{int}}$$

où $I_{cc} = \frac{E}{R_{int}}$ est la valeur de courant de court-circuit (tel que $U = 0$)

■ Détermination expérimentale de la caractéristique

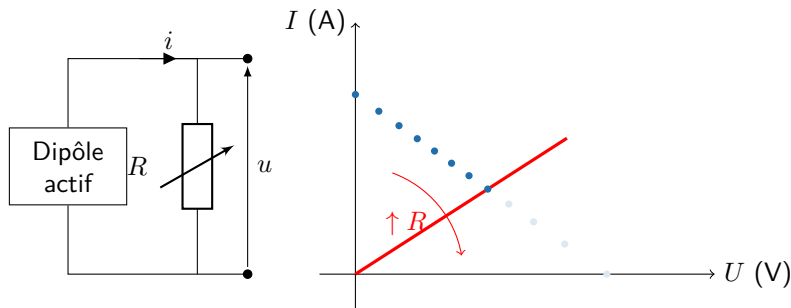


Caractéristique statique = droite d'équation :

$$I(U) = I_{cc} \left(\frac{E - U}{E} \right) = I_{cc} - \frac{U}{R_{int}} = \frac{E - U}{R_{int}}$$

où $I_{cc} = \frac{E}{R_{int}}$ est la valeur de courant de court-circuit (tel que $U = 0$)

■ Détermination expérimentale de la caractéristique

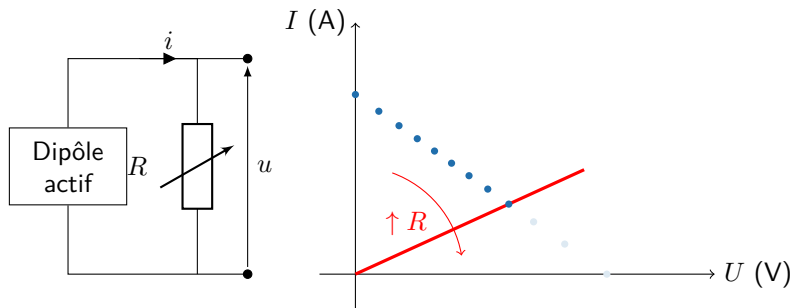


Caractéristique statique = droite d'équation :

$$I(U) = I_{cc} \left(\frac{E - U}{E} \right) = I_{cc} - \frac{U}{R_{int}} = \frac{E - U}{R_{int}}$$

où $I_{cc} = \frac{E}{R_{int}}$ est la valeur de courant de court-circuit (tel que $U = 0$)

■ Détermination expérimentale de la caractéristique

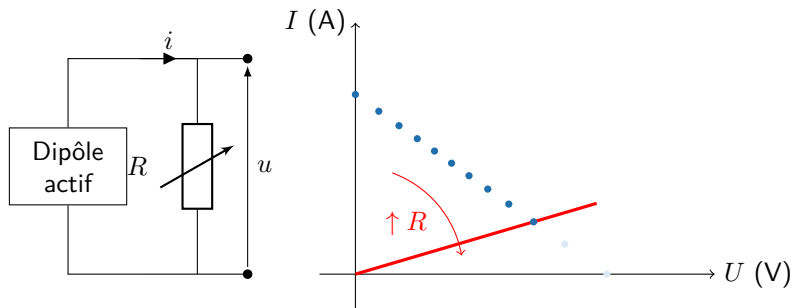


Caractéristique statique = droite d'équation :

$$I(U) = I_{cc} \left(\frac{E - U}{E} \right) = I_{cc} - \frac{U}{R_{int}} = \frac{E - U}{R_{int}}$$

où $I_{cc} = \frac{E}{R_{int}}$ est la valeur de courant de court-circuit (tel que $U = 0$)

■ Détermination expérimentale de la caractéristique

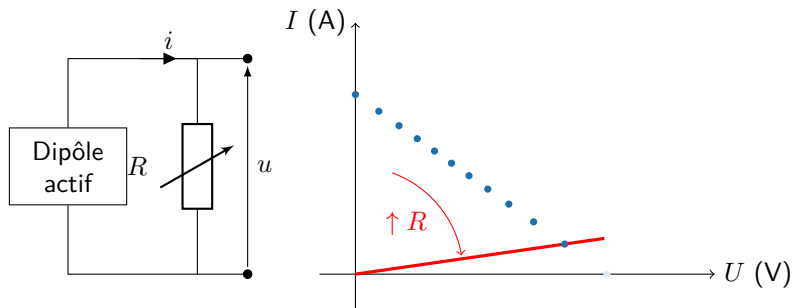


Caractéristique statique = droite d'équation :

$$I(U) = I_{cc} \left(\frac{E - U}{E} \right) = I_{cc} - \frac{U}{R_{int}} = \frac{E - U}{R_{int}}$$

où $I_{cc} = \frac{E}{R_{int}}$ est la valeur de courant de court-circuit (tel que $U = 0$)

■ Détermination expérimentale de la caractéristique

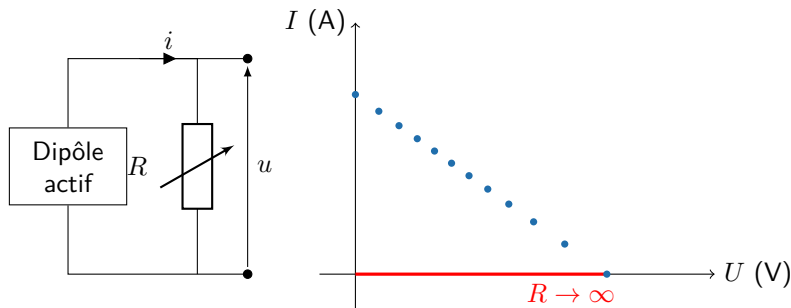


Caractéristique statique = droite d'équation :

$$I(U) = I_{cc} \left(\frac{E - U}{E} \right) = I_{cc} - \frac{U}{R_{int}} = \frac{E - U}{R_{int}}$$

où $I_{cc} = \frac{E}{R_{int}}$ est la valeur de courant de court-circuit (tel que $U = 0$)

■ Détermination expérimentale de la caractéristique

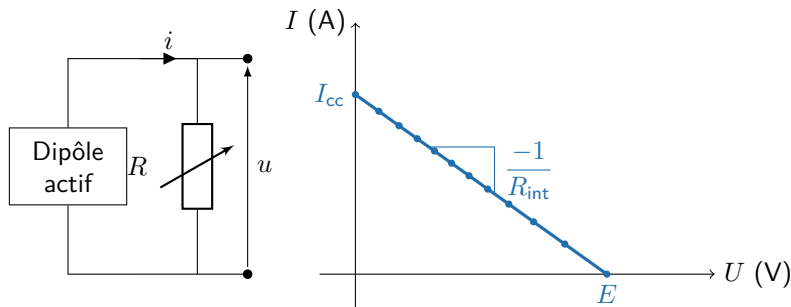


Caractéristique statique = droite d'équation :

$$I(U) = I_{cc} \left(\frac{E - U}{E} \right) = I_{cc} - \frac{U}{R_{int}} = \frac{E - U}{R_{int}}$$

où $I_{cc} = \frac{E}{R_{int}}$ est la valeur de courant de court-circuit (tel que $U = 0$)

■ Détermination expérimentale de la caractéristique

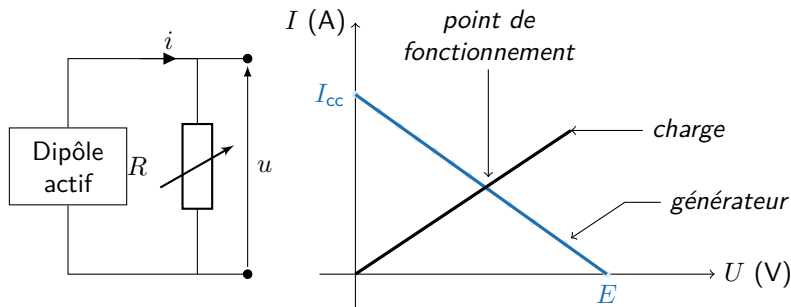


Caractéristique statique = droite d'équation :

$$I(U) = I_{cc} \left(\frac{E - U}{E} \right) = I_{cc} - \frac{U}{R_{int}} = \frac{E - U}{R_{int}}$$

où $I_{cc} = \frac{E}{R_{int}}$ est la valeur de courant de court-circuit (tel que $U = 0$)

■ Détermination expérimentale de la caractéristique

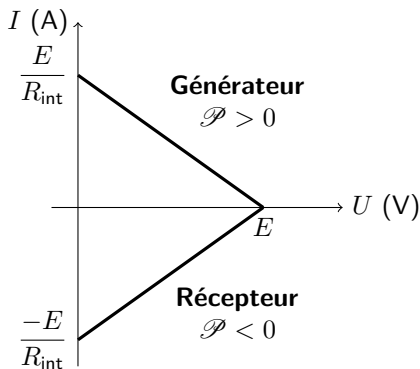
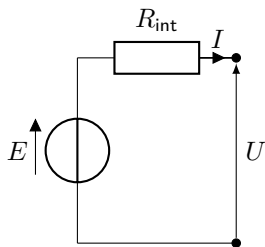


Caractéristique statique = droite d'équation :

$$I(U) = I_{cc} \left(\frac{E - U}{E} \right) = I_{cc} - \frac{U}{R_{int}} = \frac{E - U}{R_{int}}$$

où $I_{cc} = \frac{E}{R_{int}}$ est la valeur de courant de court-circuit (tel que $U = 0$)

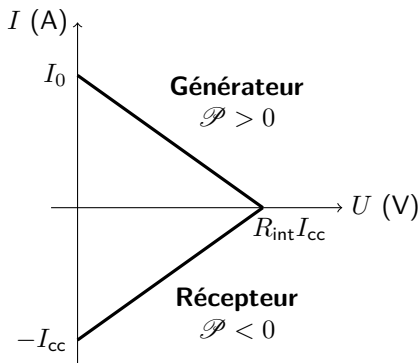
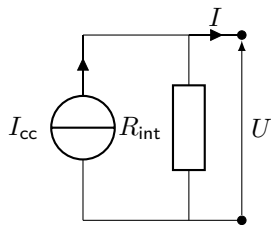
■ Modèle de Thévenin : source réelle de tension



Équation de fonctionnement :

$$U = E - R_{\text{int}} I$$

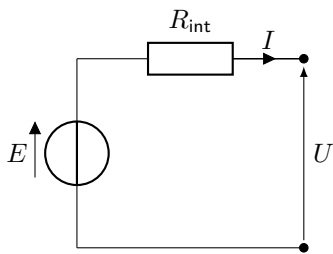
■ Modèle de Norton : source réelle de courant



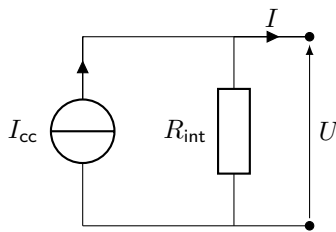
Équation de fonctionnement :

$$I = I_{cc} - \frac{U}{R_{int}}$$

■ Dualité des modèles de Thévenin et de Norton

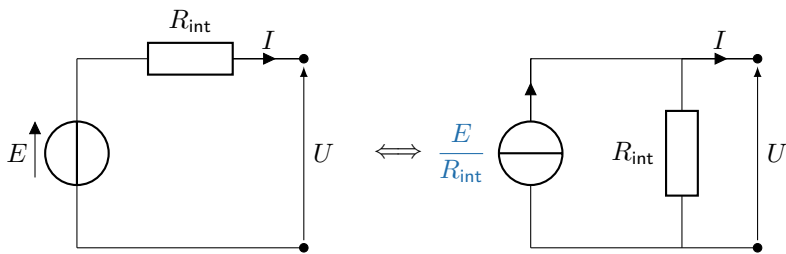


(a) Modèle de Thévenin



(b) Modèle de Norton

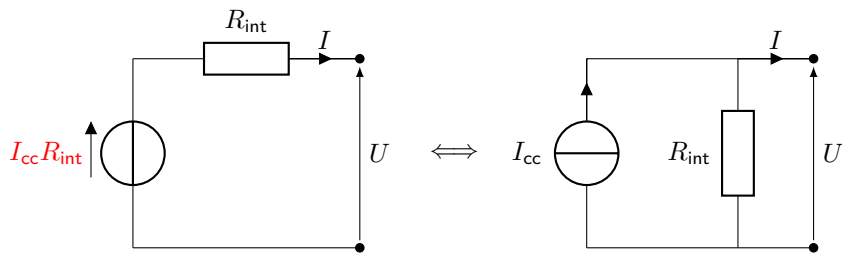
■ Dualité des modèles de Thévenin et de Norton



(a) Modèle de Thévenin

(b) Modèle de Norton

■ Dualité des modèles de Thévenin et de Norton

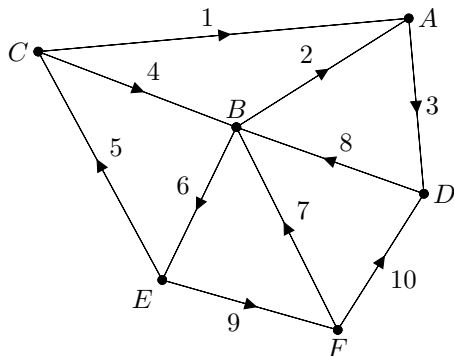


(a) Modèle de Thévenin

(b) Modèle de Norton

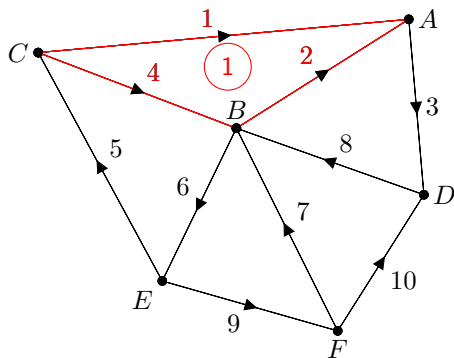


Lois et principes de l'électrocinétisme



5 mailles indépendantes :

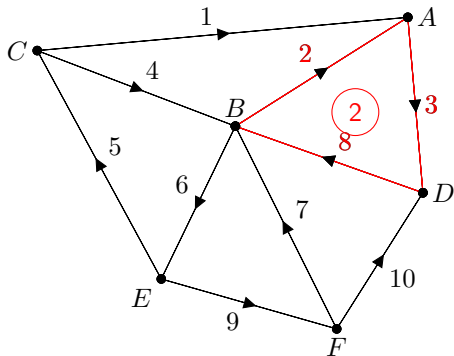




5 mailles indépendantes :



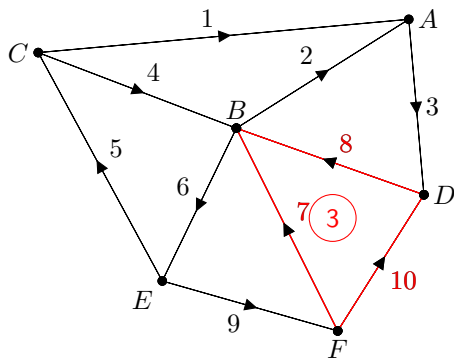
Notion de réseau



5 mailles indépendantes :

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

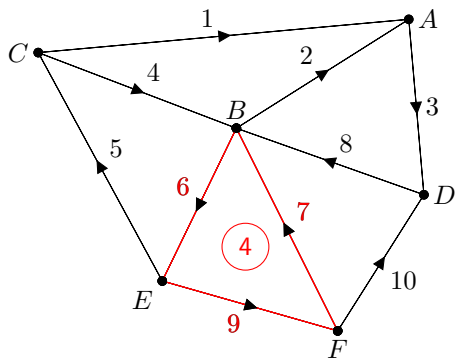
Notion de réseau



5 mailles indépendantes :



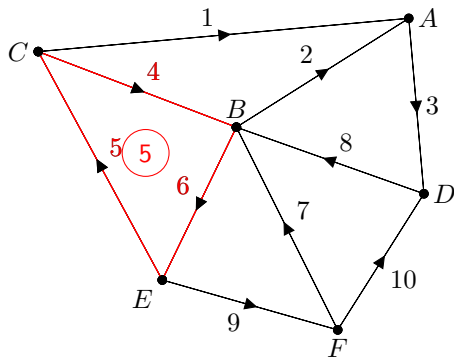
Notion de réseau



5 mailles indépendantes :



Notion de réseau



5 mailles indépendantes :

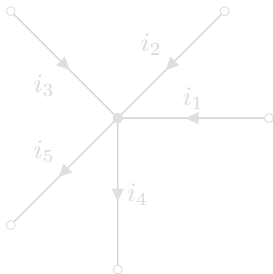


Loi des nœuds

Nœud = jonction d'au moins trois conducteurs.

Théorème (Loi des nœuds)

La somme algébrique des courants circulant dans les branches adjacentes à un nœud est nulle. On peut aussi dire que la somme algébrique des intensités entrantes dans un nœud est égale à la somme algébrique des intensités sortantes du nœud ; il n'y a pas d'accumulation de courant dans un nœud.



Loi des nœuds :

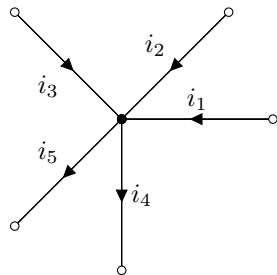
$$i_1 + i_2 + i_3 - i_4 - i_5 = 0$$

Loi des nœuds

Nœud = jonction d'au moins trois conducteurs.

Théorème (Loi des nœuds)

La somme algébrique des courants circulant dans les branches adjacentes à un nœud est nulle. On peut aussi dire que la somme algébrique des intensités entrantes dans un nœud est égale à la somme algébrique des intensités sortantes du nœud ; il n'y a pas d'accumulation de courant dans un nœud.



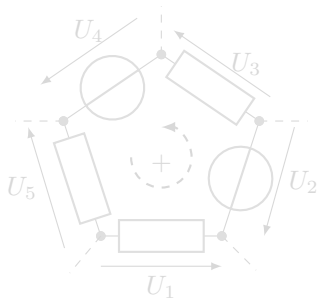
Loi des nœuds :

$$i_1 + i_2 + i_3 - i_4 - i_5 = 0$$

Loi des mailles

Théorème (Loi des mailles)

La somme algébrique des tensions rencontrées en parcourant une maille dans un sens pré-défini est nulle.



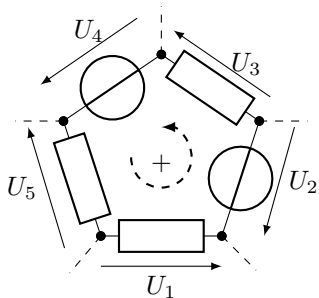
Loi des mailles :

$$U_1 - U_2 + U_3 + U_4 - U_5 = 0$$

Loi des mailles

Théorème (Loi des mailles)

La somme algébrique des tensions rencontrées en parcourant une maille dans un sens pré-défini est nulle.



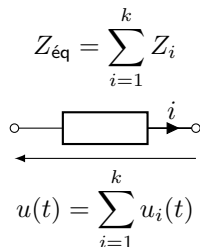
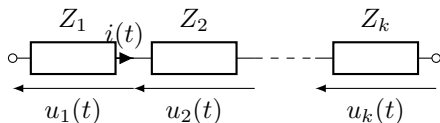
Loi des mailles :

$$U_1 - U_2 + U_3 + U_4 - U_5 = 0$$

Association de dipôles

■ Association de dipôles en série

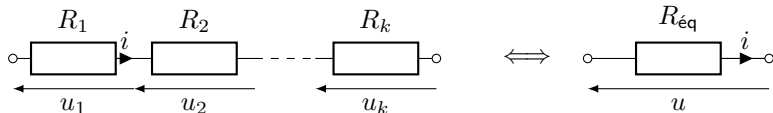
Même courant $i(t)$ pour tous les dipôles



Association de dipôles

- Association de résistances en série Pour chaque résistance :

$$u_i(t) = R_i i(t)$$

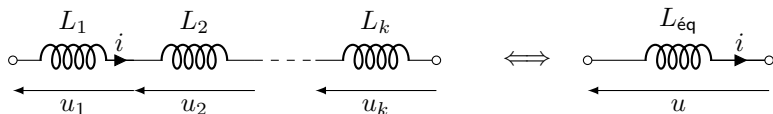


$$R_{\text{éq}} = \sum_{i=1}^k R_i$$

Association de dipôles

- Association de bobines en série Pour chaque bobine :

$$u_i(t) = L_i \frac{di}{dt}(t)$$

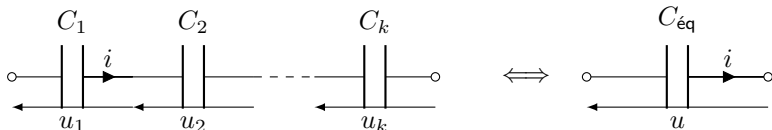


$$L_{\text{éq}} = \sum_{i=1}^k L_i$$

Association de dipôles

■ Association de condensateurs en série Pour chaque condensateur :

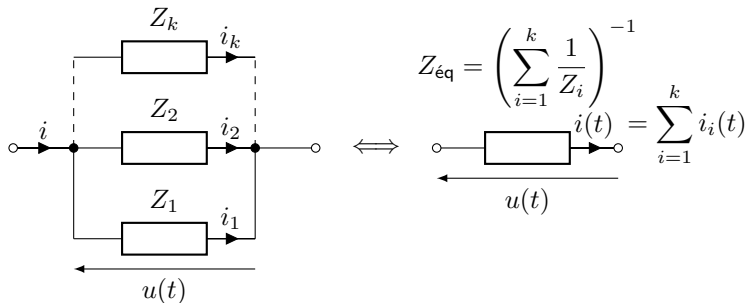
$$\frac{du_i}{dt}(t) = \frac{1}{C_i} i(t)$$



$$\frac{1}{C_{\text{éq}}} = \sum_{i=1}^k \frac{1}{C_i}$$

Association de dipôles

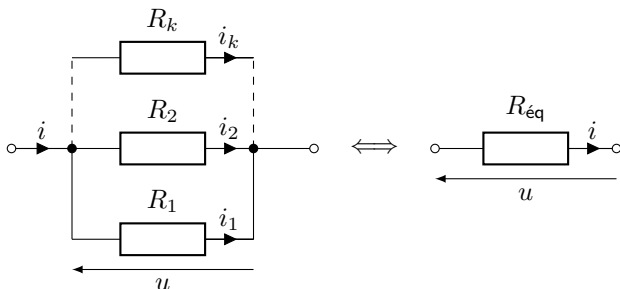
- Association de dipôles en parallèle Même tension $u(t)$ pour tous les dipôles



Association de dipôles

- Association de résistors en parallèle Pour chaque résistor :

$$i_i(t) = \frac{u(t)}{R_i}$$

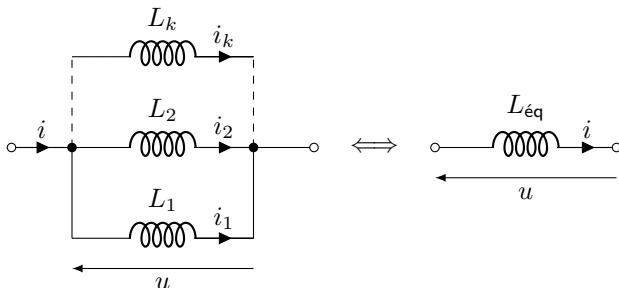


$$\frac{1}{R_{\text{éq}}} = \sum_{i=1}^k \frac{1}{R_i}$$

Association de dipôles

- Association de bobines en parallèle Pour chaque bobine :

$$\frac{di_i}{dt}(t) = \frac{u(t)}{L_i}$$

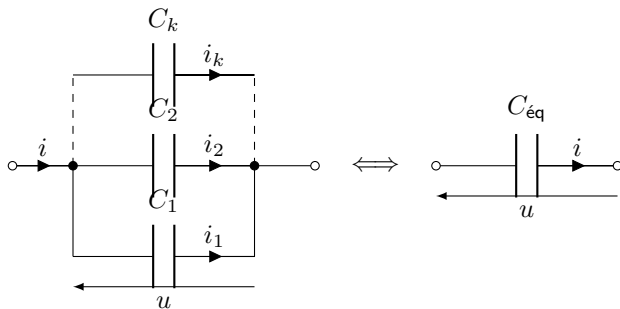


$$\frac{1}{L_{\text{éq}}} = \sum_{i=1}^k \frac{1}{L_i}$$

Association de dipôles

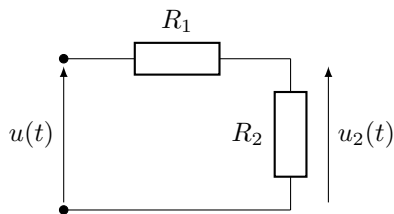
■ Association de condensateurs en parallèle Pour chaque condensateur :

$$i_i(t) = C_i \frac{dU}{dt}(t)$$

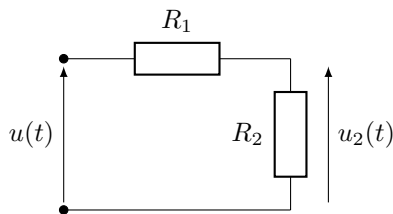


$$C_{\text{éq}} = \sum_{i=1}^k C_i$$

■ Diviseur de tension

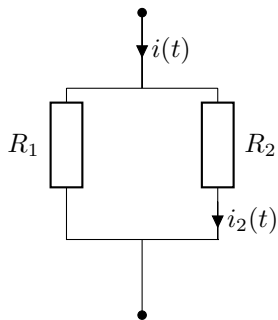


■ Diviseur de tension

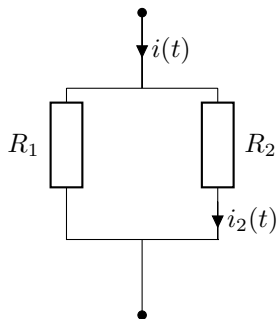


Même courant dans la maille $\Rightarrow u_2(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}u(t)$

■ Diviseur de courant



■ Diviseur de courant

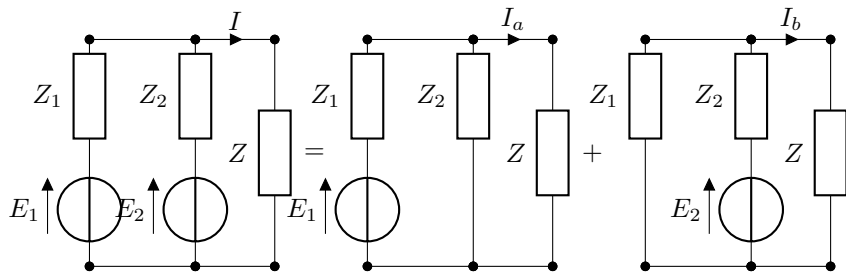


Même tension aux bornes des résistors $\implies i_2(t) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i(t)$

Théorème de superposition

Théorème (Superposition)

En régime permanent, l'intensité qui parcourt les dipôles constituant un réseau linéaire et la différence de potentiel à leurs bornes sont les sommes de ces grandeurs obtenues dans les différents états du réseau où toutes les sources, sauf une, sont éteintes.

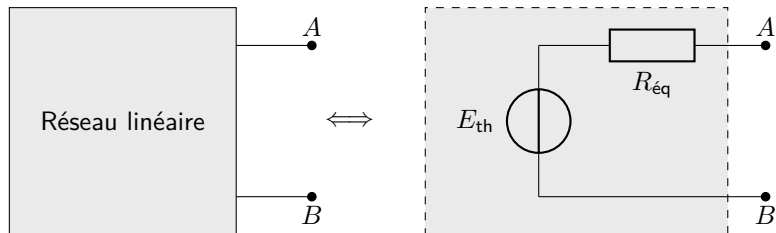


Théorème de Thévenin

Théorème (Thévenin)

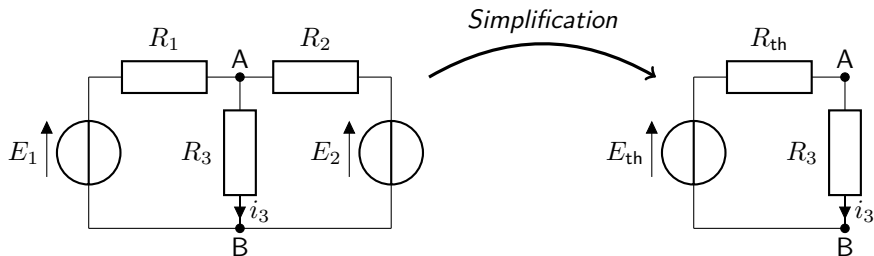
Tout réseau linéaire constituant un dipôle en régime continu peut être remplacé par un dipôle équivalent constitué d'une source de tension E_{th} en série avec une résistance R_{eq} tel que :

- E_{th} soit la tension vue entre les deux bornes du dipôle lorsqu'il est à vide ;
- R_{eq} soit la résistance vue entre les deux bornes du dipôle lorsque toutes ses sources indépendantes sont remplacées par leur résistance interne.



Théorème de Thévenin

■ Exemple : courant i_3 ?

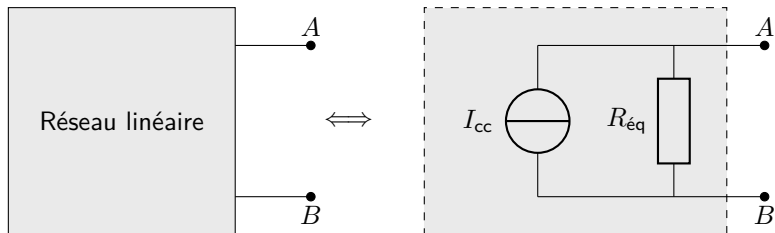


Théorème de Norton

Théorème (Norton)

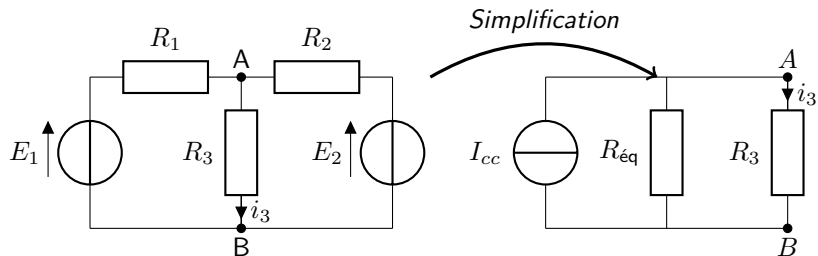
Tout réseau linéaire constituant un dipôle en régime continu peut être remplacé par un dipôle équivalent constitué d'une source de courant indépendant I_{cc} en parallèle avec une résistance $R_{\acute{e}q}$ tel que :

- I_{cc} soit le courant de court-circuit entre les deux bornes de ce dipôle ;
- $R_{\acute{e}q}$ soit la résistance vue entre les deux bornes du dipôle lorsque toutes ses sources indépendantes sont remplacées par leur résistance interne.



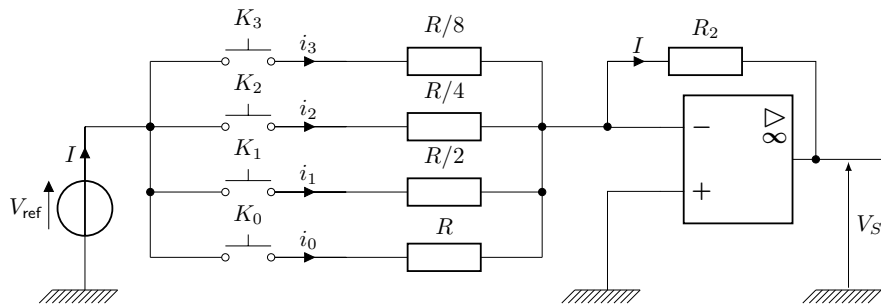
Théorème de Norton

■ Exemple : courant i_3 ?



Application 1

CNA 4 bits à résistances pondérées



On cherche à convertir le nombre numérique codé sur 4 bits :

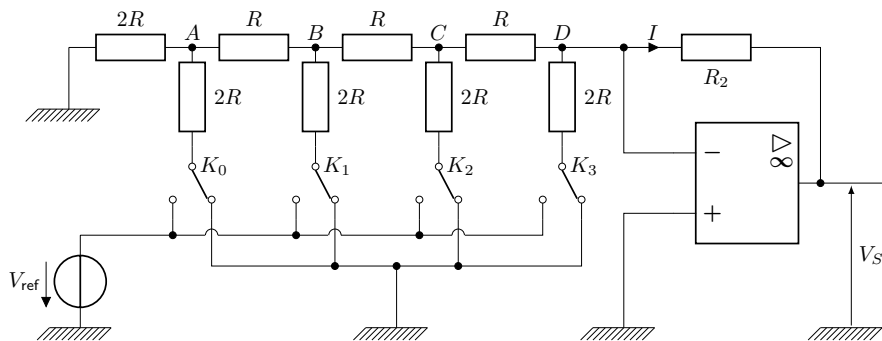
$$N = (b_3b_2b_1b_0)_2 = b_0 \cdot 2^0 + b_1 \cdot 2^1 + b_2 \cdot 2^2 + b_3 \cdot 2^3$$

L'interrupteur K_i est ouvert si $b_i = 0$, fermé sinon.

On donne $V_S = -R_2 I$ et on cherche $V_S = f(b_0, b_1, b_2, b_3) V_{\text{ref}}$.

Application 2

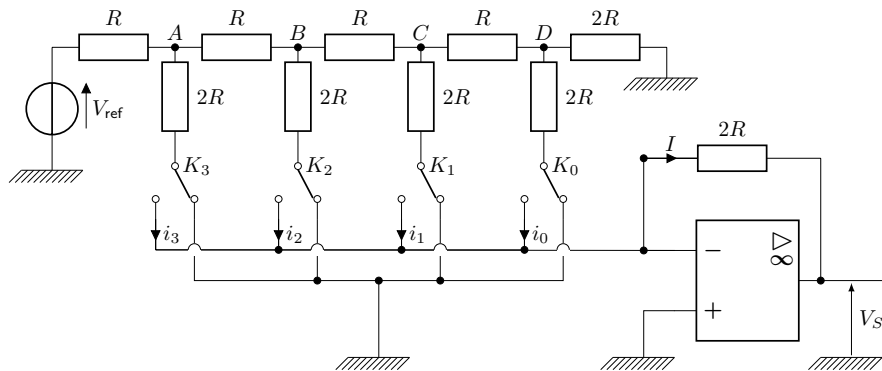
CNA 4 bits à réseau R-2R à sortie en tension



On donne $V_S = -R_2 I$ et on cherche $V_S = f(b_0, b_1, b_2, b_3) V_{ref}$.

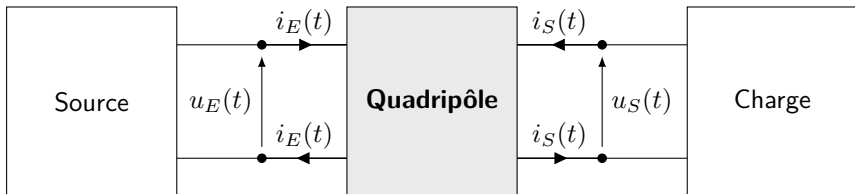
Application 3

CNA 4 bits à réseau R-2R à sortie en tension



On donne $V_S = -2RI$ et on cherche $V_S = f(b_0, b_1, b_2, b_3) V_{ref}$.

Quadripôles

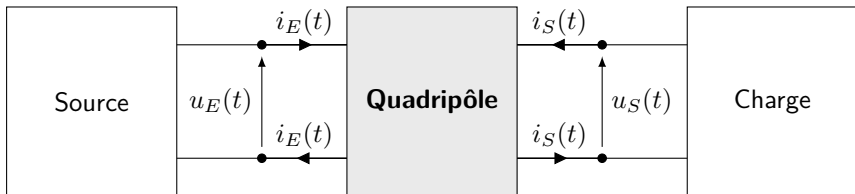


■ 2 points de vue :

- vue de la source ;
- vue de la charge.

Définition (Quadripôle parfait)

Un quadripôle parfait ou idéal possède une impédance d'entrée à vide infinie et une impédance de sortie nulle.

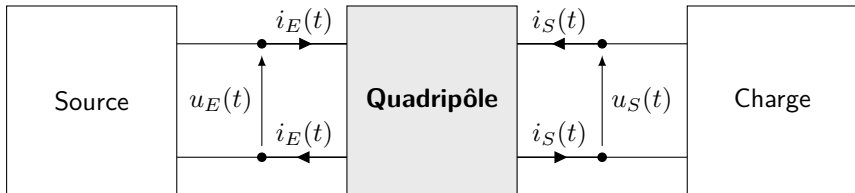


■ 2 points de vue :

- vue de la source ;
- vue de la charge.

Définition (Quadripôle parfait)

Un quadripôle parfait ou idéal possède une impédance d'entrée à vide infinie et une impédance de sortie nulle.



■ 2 points de vue :

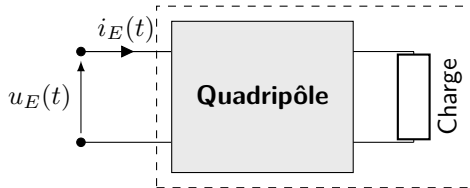
- vue de la source ;
- vue de la charge.

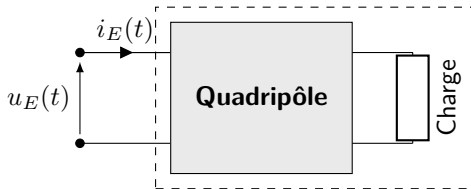
Définition (Quadripôle parfait)

Un quadripôle parfait ou idéal possède une impédance d'entrée à vide infinie et une impédance de sortie nulle.

Quadripôles

Vue de la source

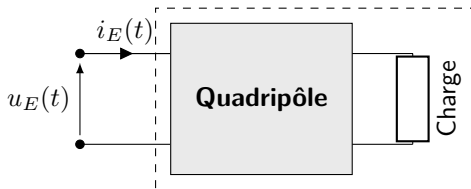




Définition (Impédance d'entrée)

On appelle impédance d'entrée le quotient de la tension d'entrée par le courant d'entrée. Elle correspond à la fonction de transfert complexe :

$$\underline{Z}_E(j\omega) = \frac{\underline{U}_E(j\omega)}{\underline{I}_E(j\omega)}$$



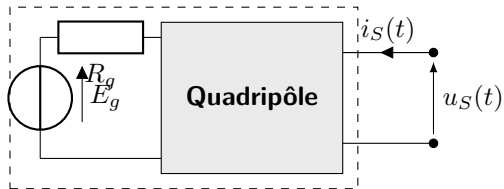
Définition (Impédance d'entrée à vide)

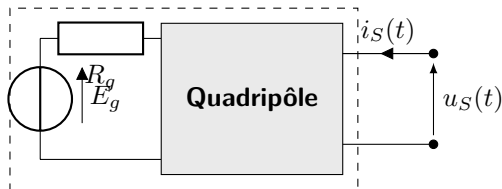
On appelle impédance d'entrée à vide le quotient de la tension d'entrée par le courant d'entrée lorsque la charge est débranchée, c'est-à-dire lorsque le courant de sortie est nul ($i_S(t) = 0$). Elle correspond à la fonction de transfert complexe :

$$\underline{Z}_{E0}(j\omega) = \left. \frac{\underline{U}_E(j\omega)}{\underline{I}_E(j\omega)} \right|_{\underline{I}_S=0}$$

Quadripôles

Vue de la charge



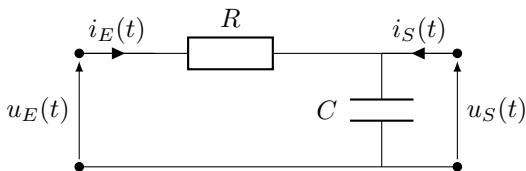


Définition (Impédance de sortie)

On appelle impédance de sortie le quotient de la tension de sortie par le courant de sortie lorsque la charge est débranchée et la source est éteinte ($E_g = 0$). Elle correspond à la fonction de transfert complexe :

$$\underline{Z}_S(j\omega) = \left. \frac{\underline{U}_S(j\omega)}{\underline{I}_S(j\omega)} \right|_{E_g=0}$$

■ Exemple : filtre RC



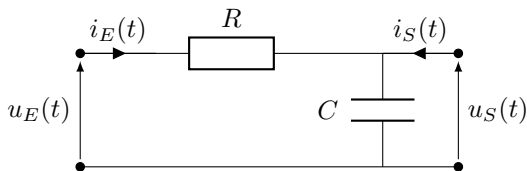
- Fonction de transfert :
$$H(j\omega) = \frac{\underline{U}_S(j\omega)}{\underline{U}_E(j\omega)} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

- Impédance d'entrée à vide :
$$\underline{Z}_E(j\omega) = R + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1 + j\omega RC}{j\omega C}$$

- Impédance de sortie :

$$\underline{Z}_S(j\omega) = \left(\frac{1}{R + R_g} + j\omega C \right)^{-1} = \frac{R + R_g}{1 + (R + R_g) j\omega C}$$

■ Exemple : filtre RC



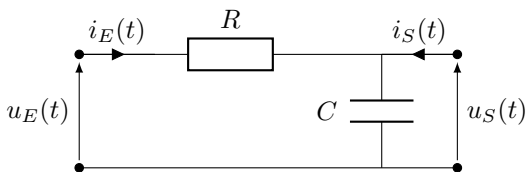
- Fonction de transfert :
$$H(j\omega) = \frac{\underline{U}_S(j\omega)}{\underline{U}_E(j\omega)} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

- Impédance d'entrée à vide :
$$\underline{Z}_E(j\omega) = R + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1 + j\omega RC}{j\omega C}$$

- Impédance de sortie :

$$\underline{Z}_S(j\omega) = \left(\frac{1}{R + R_g} + j\omega C \right)^{-1} = \frac{R + R_g}{1 + (R + R_g) j\omega C}$$

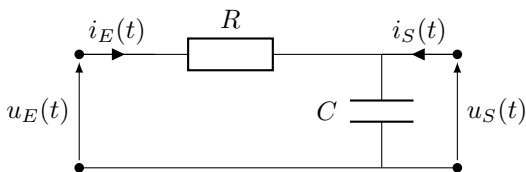
■ Exemple : filtre RC



- Fonction de transfert : $H(j\omega) = \frac{\underline{U}_S(j\omega)}{\underline{U}_E(j\omega)} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$
- Impédance d'entrée à vide : $\underline{Z}_E(j\omega) = R + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1 + j\omega RC}{j\omega C}$
- Impédance de sortie :

$$\underline{Z}_S(j\omega) = \left(\frac{1}{R + R_g} + j\omega C \right)^{-1} = \frac{R + R_g}{1 + (R + R_g) j\omega C}$$

■ Exemple : filtre RC



- Fonction de transfert :
$$H(j\omega) = \frac{\underline{U}_S(j\omega)}{\underline{U}_E(j\omega)} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

- Impédance d'entrée à vide :
$$\underline{Z}_E(j\omega) = R + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1 + j\omega RC}{j\omega C}$$

- Impédance de sortie :

$$\underline{Z}_S(j\omega) = \left(\frac{1}{R + R_g} + j\omega C \right)^{-1} = \frac{R + R_g}{1 + (R + R_g) j\omega C}$$

1

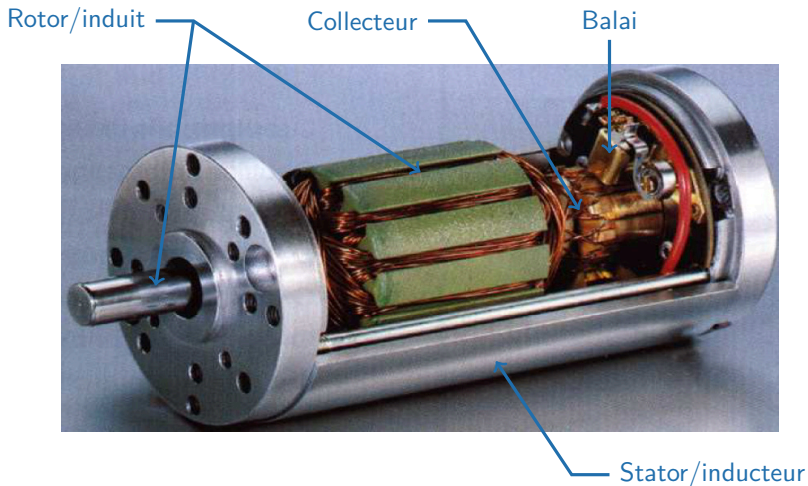
2

3

4

Technologie & modélisation du moteur à courant continu

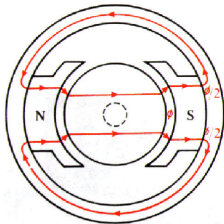
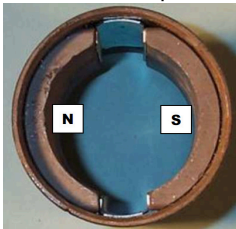
Moteur à courant continu



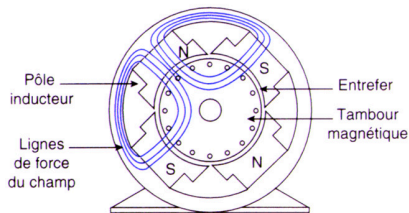
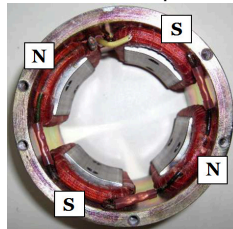
Composants du moteur à courant continu

■ Stator

Modèle à 2 pôles

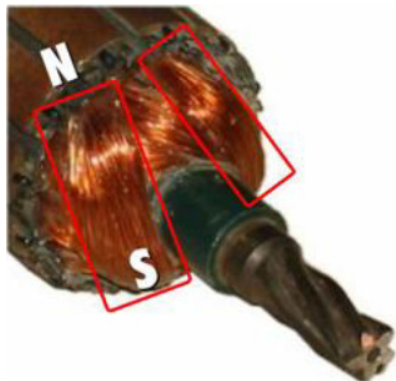


Modèle à 4 pôles



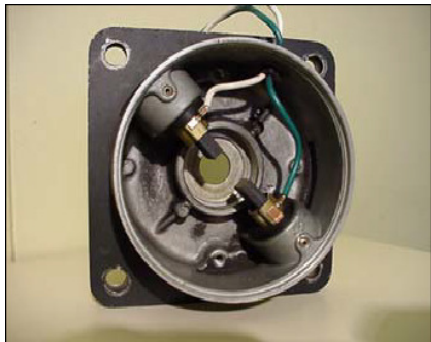
Composants du moteur à courant continu

■ Rotor



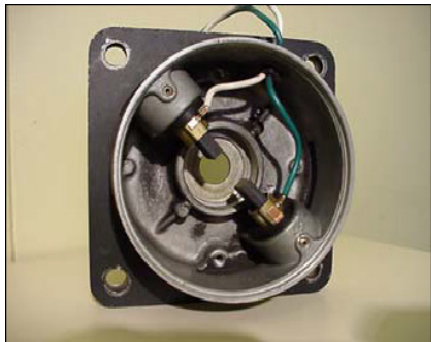
Composants du moteur à courant continu

■ Balais



Composants du moteur à courant continu

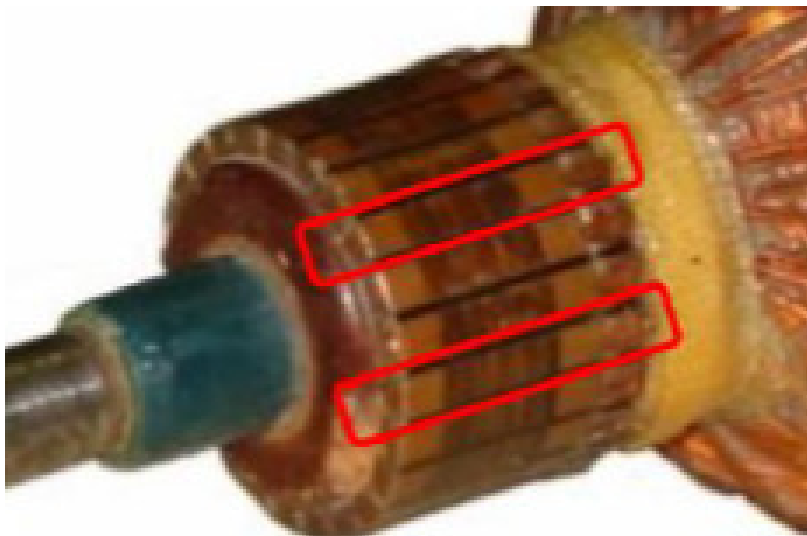
■ Balais







 Pièce d'usure des MCC

Composants du moteur à courant continu

■ Collecteur



Plaque signalétique

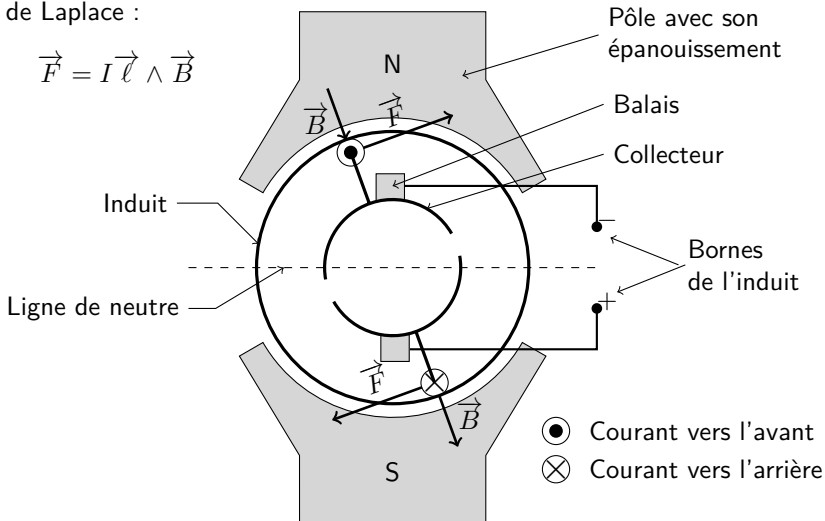
 LR 57008 IEC 34.1.1990				2 102 451 / A MADE IN FRANCE	
		MOTEUR A COURANT CONTINU DIRECT CURRENT MOTOR			
TYPE: LSK 1604 S 02		N° 700000/10		9/1992 M 249 ← kg	
Classe / Ins class H		IM 1001		IP 23 IC 06	
$M_{nom} / \text{Rated torque}$ 301 N.m		Altit. 1000 m		Temp. 40 °C	
	kW	min⁻¹	V	A	V A
Nom./Rat.	36,3	1150	440	95,5	360 3
	3,63	115	44	95,5	360 3
	36,3	1720	440	95,5	240
T	Système peinture: I		Induit / Arm.		Excit. / Field
○ Service / Duty S1	DE 6312 2RS C3		NDE 6312 2RS C3 ○		

Principe de fonctionnement

■ Origine du couple

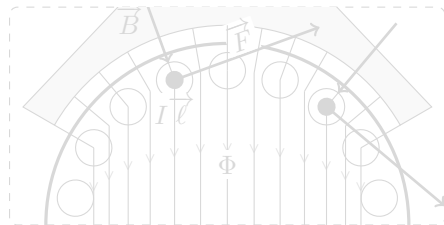
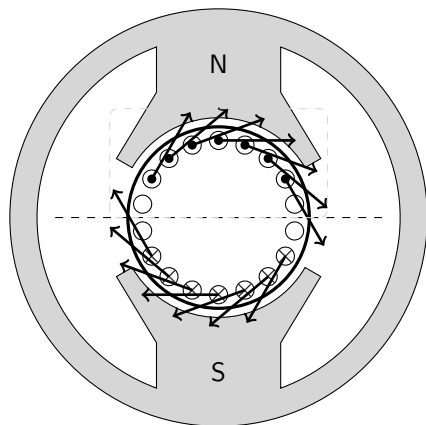
Force de Laplace :

$$\vec{F} = I \vec{\ell} \wedge \vec{B}$$



Principe de fonctionnement

■ Origine du couple

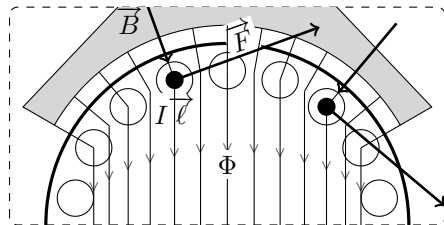
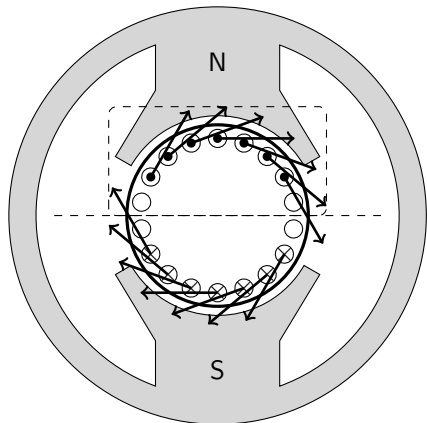


Constante de couple :

$$C(t) = k_t i(t)$$

Principe de fonctionnement

■ Origine du couple

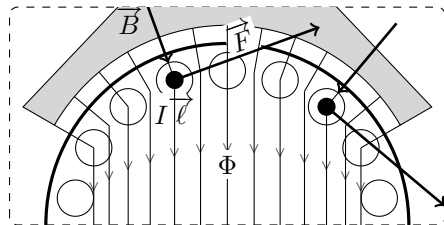
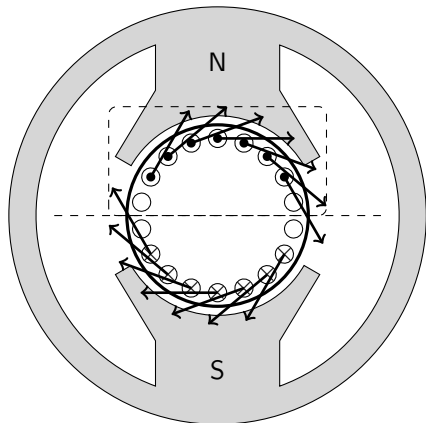


Constante de couple :

$$C(t) = k_t i(t)$$

Principe de fonctionnement

■ Origine du couple



Constante de couple :

$$C(t) = k_t i(t)$$

Principe de fonctionnement

■ Origine de la force contre-électromotrice

Loi de Lenz-Faraday :

$$e(t) = -\frac{d\Phi}{dt}(t) = -\frac{d\Phi}{d\theta} \frac{d\theta}{dt}(t)$$

Constante de vitesse :

$$e(t) = k_e \omega(t)$$

■ Couplage électro-mécanique

$$k_e = k_t$$

avec les unités :

$$[k_e] = \text{V} \cdot \text{s} \quad \text{et} \quad [k_t] = \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$$

Sachant que, par expression des puissances, on a :

$$\text{V} \cdot \text{A} = \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \iff \text{V} \cdot \text{s} = \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1} \iff [k_e] = [k_t]$$

■ Origine de la force contre-électromotrice

Loi de Lenz-Faraday :

$$e(t) = -\frac{d\Phi}{dt}(t) = -\frac{d\Phi}{d\theta} \frac{d\theta}{dt}(t)$$

Constante de vitesse :

$$e(t) = k_e \omega(t)$$

■ Couplage électro-mécanique

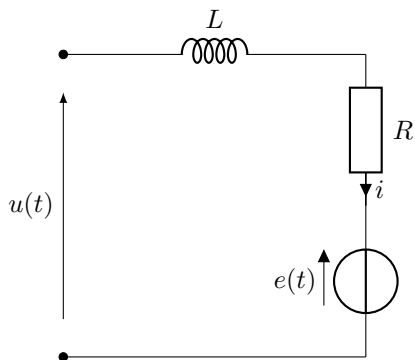
$$k_e = k_t$$

avec les unités :

$$[k_e] = \text{V} \cdot \text{s} \quad \text{et} \quad [k_t] = \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$$

Sachant que, par expression des puissances, on a :

$$\text{V} \cdot \text{A} = \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \iff \text{V} \cdot \text{s} = \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1} \iff [k_e] = [k_t]$$



Équations électriques :

$$U(t) = e(t) + R i(t) + L \frac{di}{dt}(t)$$

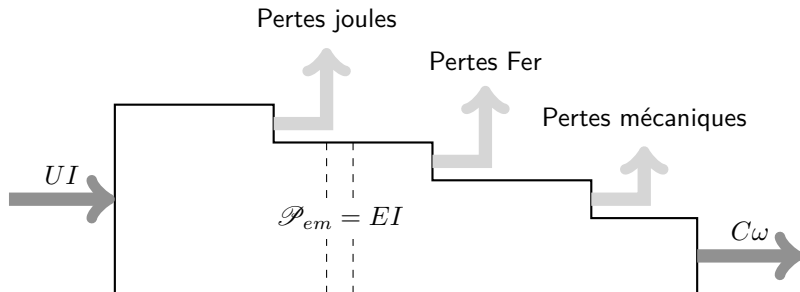
$$e(t) = k_e \omega(t)$$

$$C(t) = k_t i(t)$$

Équation de dynamique :

$$J_{\text{eq}} \frac{d\omega}{dt}(t) = C(t) - C_r(t) - f \omega(t)$$

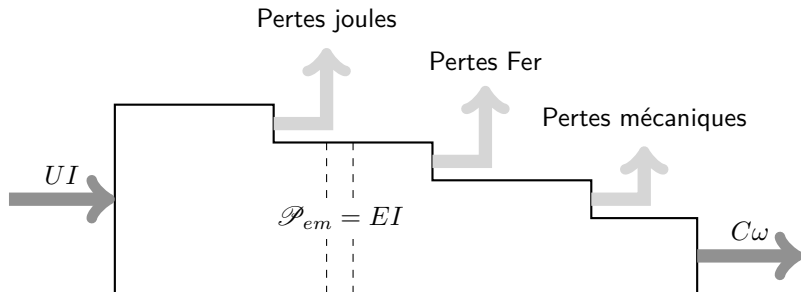
Bilan énergétique



Rendement :

$$\eta = \frac{\text{Puissance utile}}{\text{Puissance absorbée}} = \frac{C \omega}{U I}$$

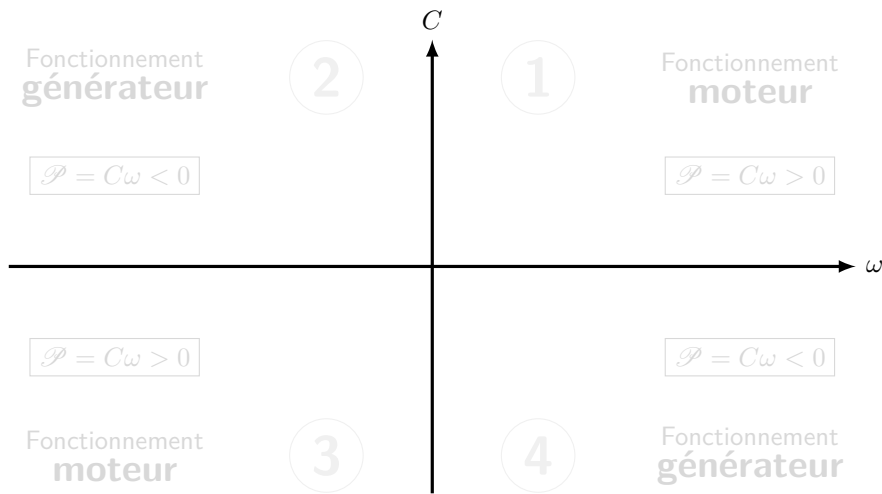
Bilan énergétique



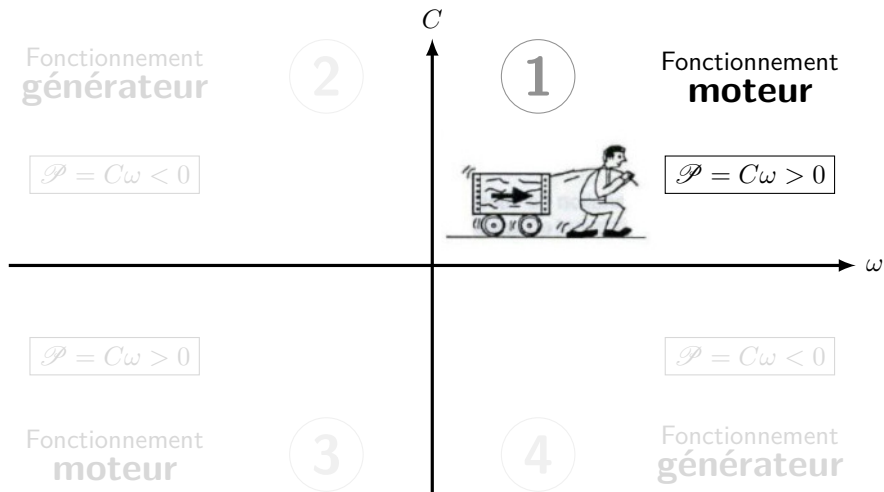
Rendement :

$$\eta = \frac{\text{Puissance utile}}{\text{Puissance absorbée}} = \frac{C \omega}{U I}$$

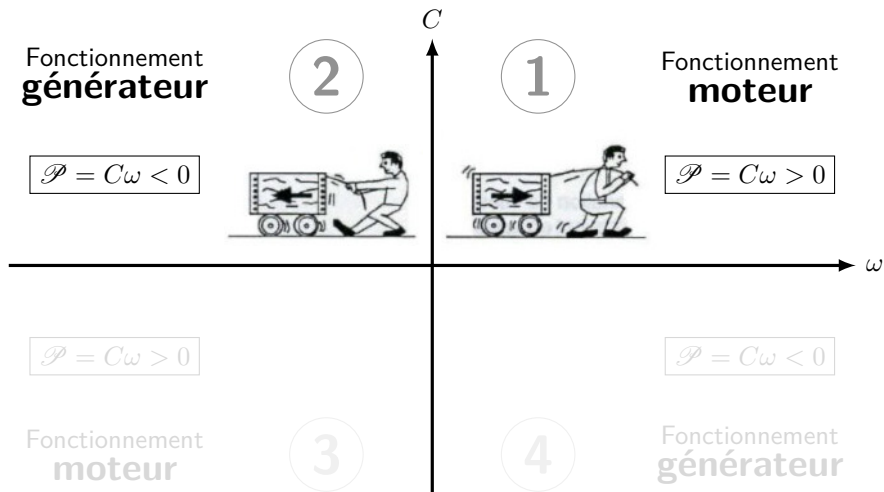
Réversibilité/Quadrants de fonctionnement



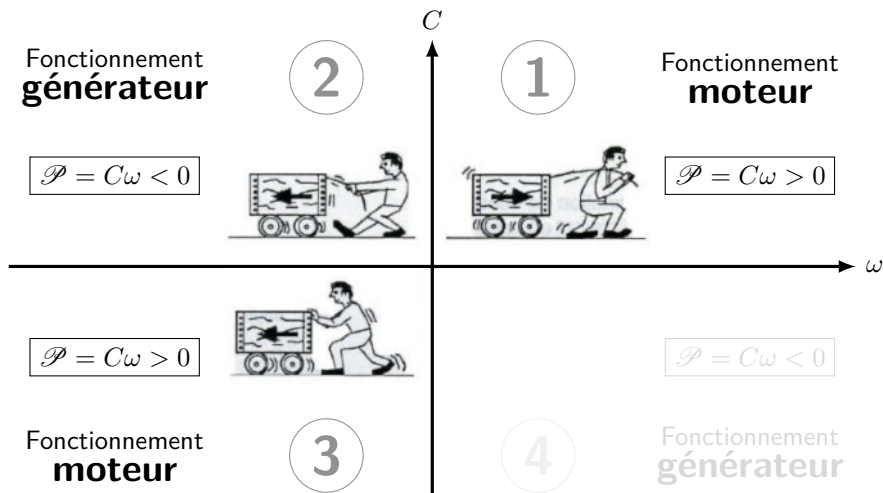
Réversibilité/Quadrants de fonctionnement



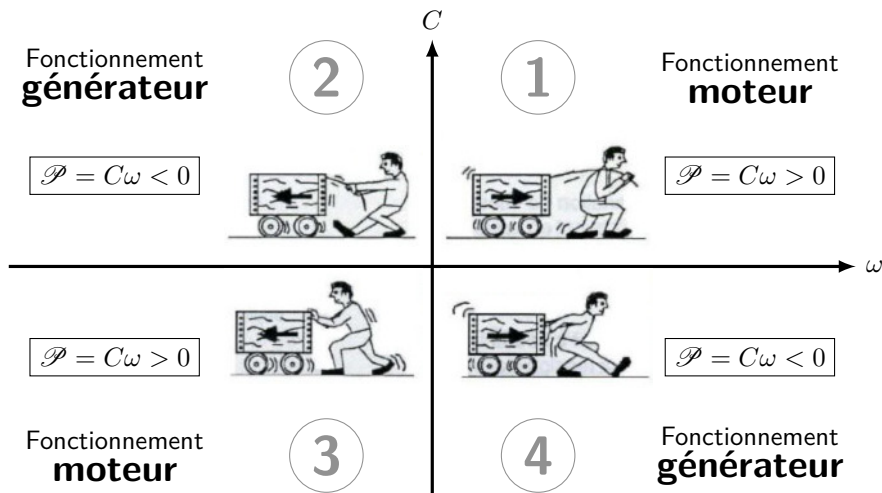
Réversibilité/Quadrants de fonctionnement



Réversibilité/Quadrants de fonctionnement



Réversibilité/Quadrants de fonctionnement



■ À vitesse nominale :

$$U_n = e_n + R i_n$$

$$e_n = k_e \omega_n$$

$$C_n = k_t i_n$$

$$C_n = C_r + f \omega_n$$

■ Au démarrage :

$$C = C_r = k_t I_d$$

I_d = courant moteur au démarrage :

$$I_d = \frac{C_r}{k_t} = \frac{U}{R}$$



N. Mesnier, lycée Jules Ferry, Versailles