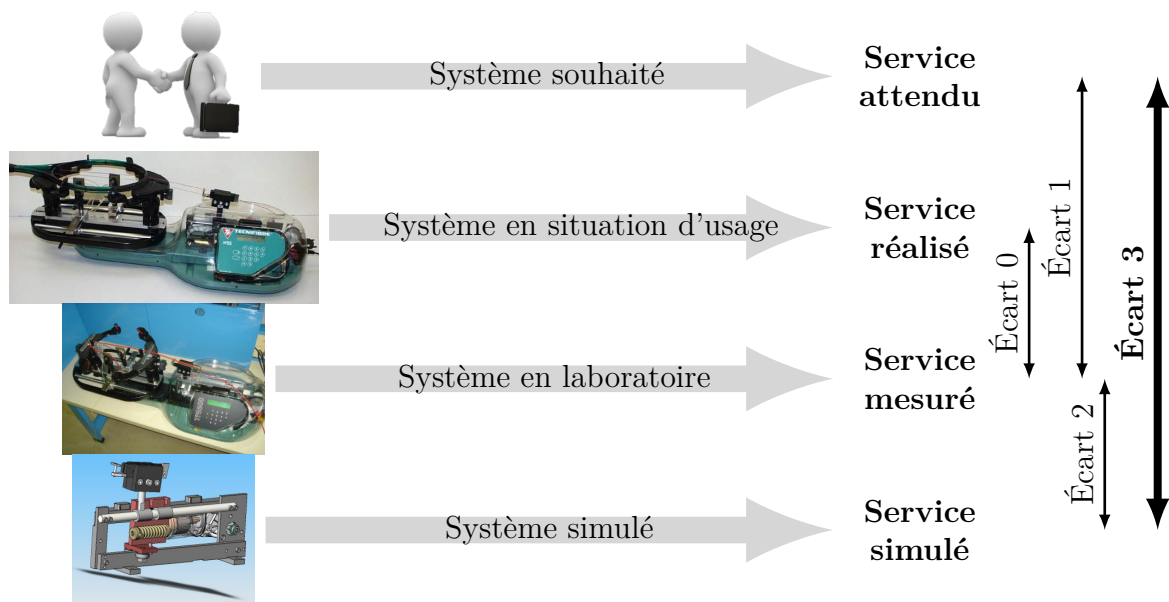


# Modélisation des actions mécaniques et comportement statique des systèmes

— TDs —



**Écart 0** – évalue la fiabilité et la fidélité du système de laboratoire didactisé par rapport au système réel. Il répond aux questions « le système de laboratoire est-il représentatif du système réel? Permet-il de l'étudier de manière fiable? »

**Écart 1** – évalue le respect du CDCF par le système réel sur prototype instrumenté en laboratoire. Il répond à la question « le système réalisé, répond-il au CDCF? ».

**Écart 2** – évalue la fiabilité du modèle et de ses hypothèses. Il répond à la question « le modèle est-il correct? ».

**Écart 3** – évalue, en phase de conception, le respect du CDCF à partir d'un modèle simulé. Il répond à la question « le modèle du système satisfait-il les exigences du CDCF? ».

*Activités de TD*

## Exercices

Exercice 1 – Dimensionnement d'un palier lisse .....	3
Exercice 2 – Abri à deux roues .....	5
Exercice 3 – Dimensionnement de clavette .....	7
Exercice 4 – Barrage du Mont-Saint-Michel .....	9
Exercice 5 – Système élévateur de rack .....	13
Exercice 6 – Boîtier de direction .....	16
Exercice 7 – Glissière de cellule d'injection plastique .....	18
Exercice 8 – Borne escamotable .....	21
Exercice 9 – Barrière de Tamise .....	25
Exercice 10 – Chasse-neige .....	30
Exercice 11 – Excavatrice .....	38
Exercice 12 – Assemblage par frettage .....	42
Exercice 13 – Métier à tisser .....	44
Exercice 14 – Robot nettoyeur de piscine .....	47
Exercice 15 – Banc de test moteurs .....	51

## Dimensionnement d'un palier lisse

### Objectif

Dimensionner un palier lisse en fonction de deux modèles de répartition de pression.

Les paliers lisses sont des éléments standards permettant de réaliser une liaison pivot. Ils sont réalisés avec ou sans collerette. Lorsque les dimensions du palier sont réalisées par le fabricant (utilisation d'un palier du commerce), le concepteur de la liaison n'a qu'à choisir les tolérances des pièces qu'il conçoit : ici  $\phi D$  H7 pour l'alésage, et  $\phi d$  f7 pour l'arbre (figure 1.1). Suivant le régime de fonctionnement, les paliers lisses se dimensionnent par les facteurs illustrés figure 1.2.

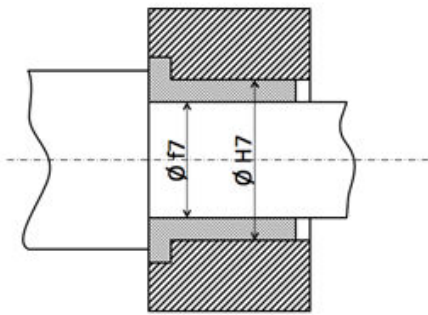


FIGURE 1.1 – Cotation d'une liaison avec palier lisse.

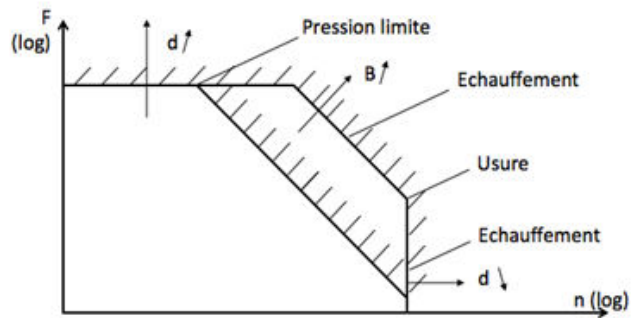
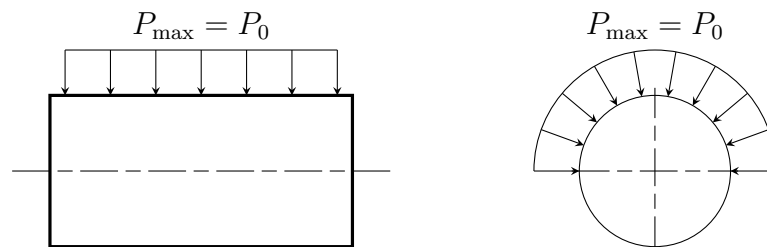


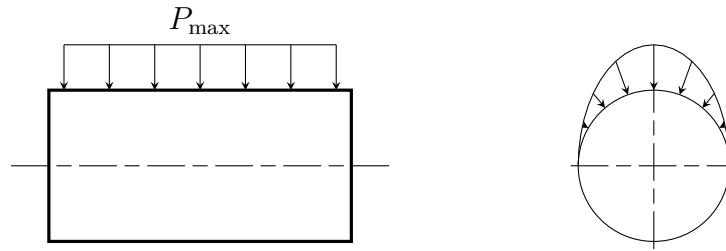
FIGURE 1.2 – Critères de dimensionnement d'un palier lisse.

Quand on demande de dimensionner un palier lisse, dont le diamètre intérieur est imposé par les dimensions de l'arbre à guider, il s'agit de calculer sa longueur  $B$  telle que la pression maximale engendrée par l'effort auquel il est soumis soit qualifiée d'admissible. Or pour la pression maximum appliquée sur le palier lisse, il est nécessaire de faire des hypothèses sur la répartition de pression sur le palier lisse. On considère généralement un des deux modèles :

1. Répartition uniforme de pression (cas des paliers lisses neufs)



2. Répartition sinusoïdale de pression (cas des paliers lisses usés où la pression est considérée proportionnelle à la déformation du palier).



Pour ces deux hypothèses, les contacts cylindre-cylindre sont supposés sans jeu.

**Question 1.1.** Pour les deux modèles de répartition de pression proposés, calculer la pression maximale en fonction de l'effort global supporté par le palier.

**Question 1.2.** La seconde hypothèse est évidemment plus proche de la pression réelle. Les constructeurs préconisent néanmoins d'utiliser une répartition uniforme. Quelle erreur fait-on entre les deux cas ?

Un extrait de catalogue constructeur est donné figure 1.3.

Dimensions			Basic load ratings			Mass	Designations	POM composite		
d	D	B	M <sub>11</sub> min	c <sub>1</sub> min	c <sub>2</sub> min	C dynamic	C <sub>0</sub> static		Straight bushing of PTFE composite	
mm							kN	g	-	
10	12	8	-	0,1	0,2	6,4	20	2,0	PCM 101208 E	-
	12	10	-	0,1	0,2	8	25	2,5	PCM 101210 E	-
	12	10	3	0,1	0,2	12	25	1,9	-	PCM 101210 M
	12	12	-	0,1	0,2	9,65	30	3,0	PCM 101212 E	-
	12	12	3	0,1	0,2	14,3	30	2,3	-	PCM 101212 M
	12	15	-	0,1	0,2	12	37,5	3,8	PCM 101215 E	-
	12	15	3	0,1	0,2	18	37,5	2,9	-	PCM 101215 M
	12	20	-	0,1	0,2	16	50	5,1	PCM 101220 E	-
12	20	3	0,1	0,2	24	50	3,9	-	PCM 101220 M	
12	14	8	-	0,1	0,2	7,65	24	2,4	PCM 121408 E	-
	14	10	-	0,1	0,2	9,65	30	3,0	PCM 121410 E	-
	14	10	-	0,1	0,2	14,3	30	2,3	-	PCM 121410 M
	14	12	-	0,1	0,2	11,6	36	3,6	PCM 121412 E	-
	14	12	3	0,1	0,2	17,3	36	2,8	-	PCM 121412 M
	14	15	-	0,1	0,2	14,3	45	4,5	PCM 121415 E	-
	14	15	3	0,1	0,2	21,6	45	3,5	-	PCM 121415 M
	14	20	-	0,1	0,2	19,3	60	6,0	PCM 121420 E	-
	14	20	3	0,1	0,2	29	60	4,6	-	PCM 121420 M
	14	25	-	0,1	0,2	24	75	7,6	PCM 121425 E	-
	14	25	3	0,1	0,2	36	75	5,8	-	PCM 121425 M

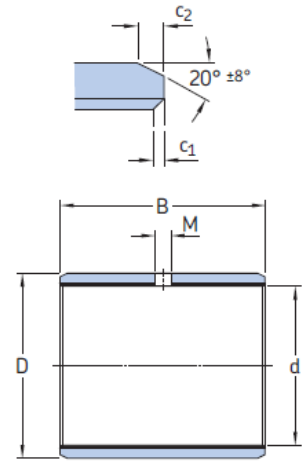


FIGURE 1.3 – Extrait de catalogue constructeur.

**Question 1.3.** Dimensionner le palier lisse supportant une charge de 1 000 N monté sur un arbre de diamètre  $\varnothing 10$  mm tournant à  $80 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ . On donne  $(pV)_{max} = 18$  avec  $p$  en  $\text{daN} \cdot \text{cm}^{-2}$  et  $V$  en  $\text{m/s}$ .

## Abri à deux roues

### Objectif

Dimensionner un abri à deux roues soumis à la pesanteur et à un vent horizontal.



L'étude porte sur la modélisation des actions exercées par le milieu ambiant sur la toiture d'un type d'abri à deux roues de forme cylindrique. Les actions retenues dans cette étude sont celles exercées :

- par la pesanteur ;
- par le vent.

La modélisation et le paramétrage de l'abri sont donnés figure 2.1.

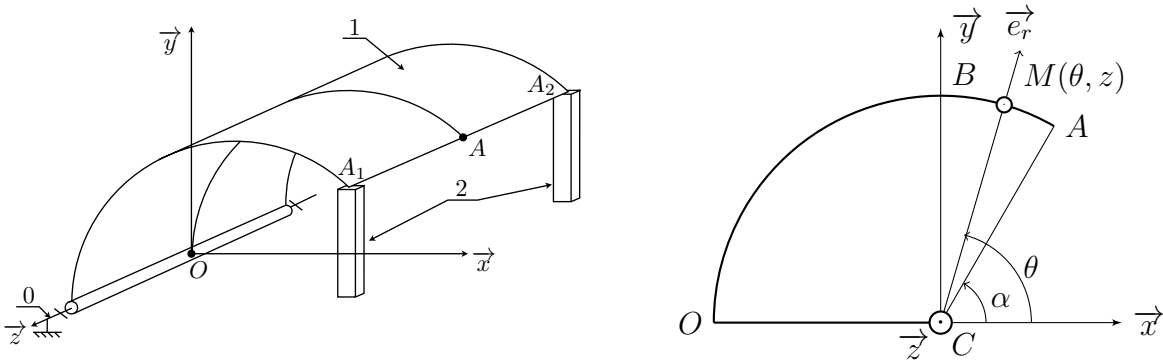


FIGURE 2.1 – Paramétrage de l'abri à deux roues.

La toiture **1** est en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z})$  par rapport à un bâti **0** et en contact ponctuel de normale  $\vec{y}$  en  $A_1$  et  $A_2$  sur des piliers **2** encastrés sur **0**. Ces liaisons seront supposées parfaites. Le problème possède un plan de symétrie  $(O, \vec{x}, \vec{y})$ . De ce fait la résultante des actions exercées en  $A_1$  et en  $A_2$  passera par le point  $A$  du plan  $(O, \vec{x}, \vec{y})$  indiqué sur la figure 2.1. La longueur de la toiture est  $L$ , son rayon est  $R$ .

### 2.1 Étude de l'action due à la pesanteur

On appelle  $p_1$  la densité surfacique de charge due au champ de pesanteur.

**Question 2.1.** Déterminer les éléments de réduction du torseur de l'action mécanique élémentaire exercée par la pesanteur sur l'abri au point  $M$ .

**Question 2.2.** Déterminer les éléments de réduction du torseur de l'action mécanique élémentaire exercée par la pesanteur sur l'abri au point  $O$ .

**Question 2.3.** Déterminer les éléments de réduction du torseur de l'action mécanique globale exercée par la pesanteur sur l'abri au point  $O$ .

## 2.2 Étude de l'action due à un vent horizontal

On appelle  $p_2$  la densité surfacique de charge due au vent de direction  $\vec{x}$ . Celle-ci ne s'exerce que sur la portion de cylindre limitée par les génératrices  $(O, \vec{y})$  et  $(B, \vec{y})$ . Les efforts élémentaires dus à  $p_2$  seront supposés de direction  $\vec{x}$ ,  $p_2$  variant linéairement en fonction de  $\theta$  telle que  $p_2(\pi/2) = 0$  et  $p_2(\pi) = p_m$ .

**Question 2.4.** Déterminer les éléments de réduction du torseur de l'action mécanique élémentaire exercée par le vent sur l'abri au point  $M$ .

**Question 2.5.** Déterminer les éléments de réduction du torseur de l'action mécanique élémentaire exercée par le vent sur l'abri au point  $O$ .

**Question 2.6.** Déterminer les éléments de réduction du torseur de l'action mécanique globale exercée par le vent sur l'abri au point  $O$ .

**Question 2.7.** Déterminer en fonction des données de l'énoncé, les torseurs d'actions mécaniques  $\{\mathcal{T}_{0 \rightarrow 1}^{\textcircled{2}}\}$  au point  $O$  et  $\{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 1}^{\textcircled{2}}\}$  au point  $A$ .

## 2.3 Étude de la toiture soumise aux actions du vent et de la pesanteur

**Question 2.8.** Donner les éléments de réduction des torseurs d'actions mécaniques transmissibles  $\{\mathcal{T}_{0 \rightarrow 1}^{\textcircled{1}}\}$  au point  $O$  et  $\{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 1}^{\textcircled{1}}\}$  au point  $A$ .

**Question 2.9.** Déterminer les actions mécaniques exercées par le bâti  $\mathbf{0}$  et chacun des piliers sur la toiture  $\mathbf{1}$  lorsque celle-ci est globalement soumise à l'action du champ de pesanteur et du vent horizontal.

## Dimensionnement de clavette

### Objectif

Dimensionner la clavette transmettant le couple entre un arbre et un moyeu.

L'extrusion est un procédé de fabrication de profilés faisant appel à une technique de transformation en continu de matières thermoplastiques – à l'état granulaire ou pulvérulent – en un produit ayant un profil déterminé obtenu par forçage de la matière à travers une filière. L'extrait du dessin d'ensemble (figure 3.2) fait partie du réducteur à engrenages présent dans une extrudeuse.

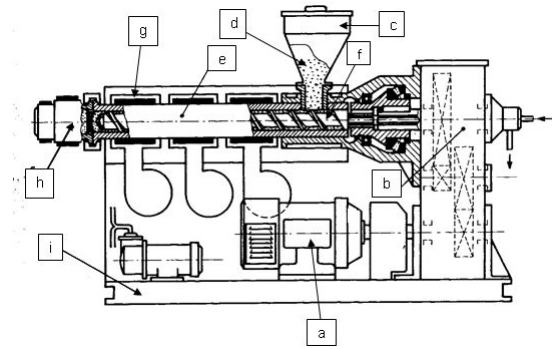


FIGURE 3.1 – Machine d'extrusion.

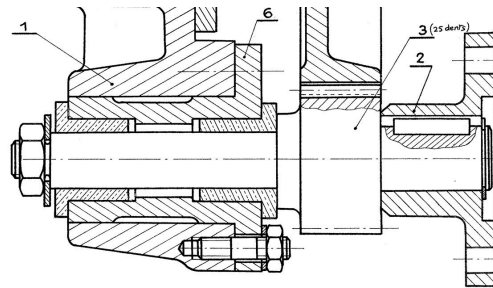


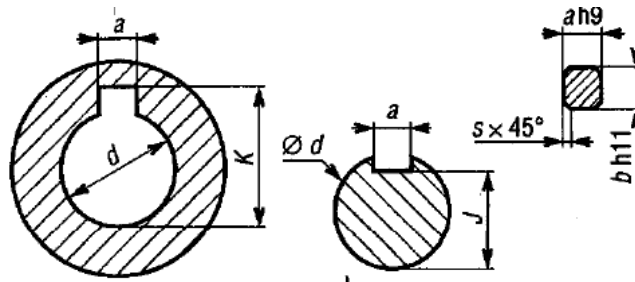
FIGURE 3.2 – Extrait du dessin d'ensemble.

Pour une raison de stabilité de la liaison, le pignon arbré **3** est guidé par deux paliers lisses de centre *A* et *B*. L'objectif de l'étude est de dimensionner la clavette transmettant le couple entre l'arbre **3** et le moyeu **2**. C'est-à-dire de déterminer la longueur permettant de supporter les efforts transmissibles.

L'arbre **3** reçoit de la part de la roue **4** des actions mécaniques que l'on peut modéliser avec le torseur suivant :

$$\left\{ \mathcal{T}_{4 \rightarrow 3} \right\}_D = \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_{43} = Y_{43} \vec{y} + Z_{43} \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\} \quad \text{avec} \quad \frac{|Y_{43}|}{|Z_{43}|} = \tan 20^\circ \quad \text{et} \quad Y_{43} < 0$$

avec *D* un point situé à 25 mm de l'axe. La clavette permettant la transmission du couple entre **2** et **3** est montée sur un arbre de diamètre  $\varnothing d = 15$  mm. Les dimensions des rainures dans l'arbre et l'alésage comme celles des clavettes sont normalisées. La figure 3.3 donne les valeurs des dimensions pour une série normale.



		série normale						série mince		
$d$	$a$	$b$	$s$	$J$	$K$	$L$	$b^*$	$J^*$	$K^*$	
6 à 8 inclus	2	2	0,08	$d-1,2$	$d+1$	6 à 20				
8 à 10	3	3	à	$d-1,8$	$d+1,4$	6 à 36				
10 à 12	4	4	0,16	$d-2,5$	$d+1,8$	8 à 45				
12 à 17	5	5	0,16	$d-3$	$d+2,3$	10 à 56	3	$d-1,8$	$d+1,4$	
17 à 22	6	6	à	$d-3,5$	$d+2,8$	14 à 70	4	$d-2,5$	$d+1,8$	
22 à 30	8	7	0,25	$d-4$	$d+3,3$	18 à 90	5	$d-3$	$d+2,3$	
30 à 38	10	8	0,25	$d-5$	$d+3,3$	22 à 110	6	$d-3,5$	$d+2,8$	
38 à 44	12	8	à	$d-5$	$d+3,3$	28 à 140	6	$d-3,5$	$d+2,8$	
44 à 50	14	9	à	$d-5,5$	$d+3,5$	36 à 160	6	$d-3,5$	$d+2,8$	
50 à 58	16	10		$d-6$	$d+4,3$	45 à 180	7	$d-4$	$d+3,3$	
58 à 65	18	11	0,4	$d-7$	$d+4,4$	50 à 200	7	$d-4$	$d+3,3$	
65 à 75	20	12	0,4	$d-7,5$	$d+4,9$	56 à 220	8	$d-5$	$d+3,3$	
75 à 85	22	14	à	$d-9$	$d+5,4$	63 à 250	9	$d-5,5$	$d+3,8$	
85 à 95	25	14	0,6	$d-9$	$d+5,4$	70 à 280	9	$d-5,5$	$d+3,8$	
95 à 110	28	16		$d-10$	$d+6,4$	80 à 320	10	$d-6$	$d+4,5$	

FIGURE 3.3 – Dimensions de montage des clavettes.

La pression au contact entre la clavette et 2 est supposée uniforme et ne doit pas dépasser la pression de matage de l'acier (matériau de la clavette) à savoir 60 MPa.

**Question 3.1.** Déterminer la longueur de la clavette permettant de transmettre un effort  $F_{43} = 2000 \text{ N}$ .

❗ La démarche devra être explicitée, en détaillant notamment les isolements successifs et, pour chaque isolement, les équations utilisées.



## Barrage du Mont-Saint-Michel

---

### Objectif

---

Dimensionner le système hydraulique d'alimentation des vérins permettant la manœuvre des vannes du barrage du Couesnon en fonction de la hauteur d'eau.

---

Le Mont-Saint-Michel est érigé dans une baie aux paysages et aux écosystèmes remarquables et est inscrit au patrimoine mondial de l'Unesco. Ce chef-d'œuvre est aujourd'hui menacé. Au fil des siècles et des interventions humaines, la sédimentation s'est accentuée autour du Mont. Petit à petit, la mer recule, terre et prés salés progressent. Un parking de quinze hectares au pied des remparts dénature le paysage maritime depuis plus de 50 ans.

Selon des experts internationaux, sans l'installation du barrage du Couesnon en 2009, le Mont-Saint-Michel aurait pu s'ensabler irrémédiablement vers 2040, bouleversant ainsi de façon irréversible l'esprit du lieu voulu par les bâtisseurs. Le barrage a pour objectif d'utiliser la force des eaux mêlées de la marée et du fleuve (le Couesnon) pour chasser les sédiments au large. Les résultats sont déjà perceptibles autour du Mont et confirmés par des mesures scientifiques régulières. Cette reconquête des grèves a imposé également en 2014/2015 de restituer à la nature les 15 hectares du parking maritime mais aussi la digue-route qui relie l'îlot rocheux au continent et bloque les courants de marée depuis plus de 130 ans.



FIGURE 4.1 – Barrage du Couesnon.

La figure 4.2 présente la modélisation cinématique 3D du mécanisme de manœuvre de la vanne du barrage.

**Question 4.1.** *Réaliser le graphe de structure du mécanisme complet. Donner, pour chaque liaison, la forme canonique du torseur des actions mécaniques transmissibles.*

Compte tenu de la symétrie du mécanisme, on se limitera pour la suite à une modélisation plane du mécanisme telle que définie sur la figure 4.3.

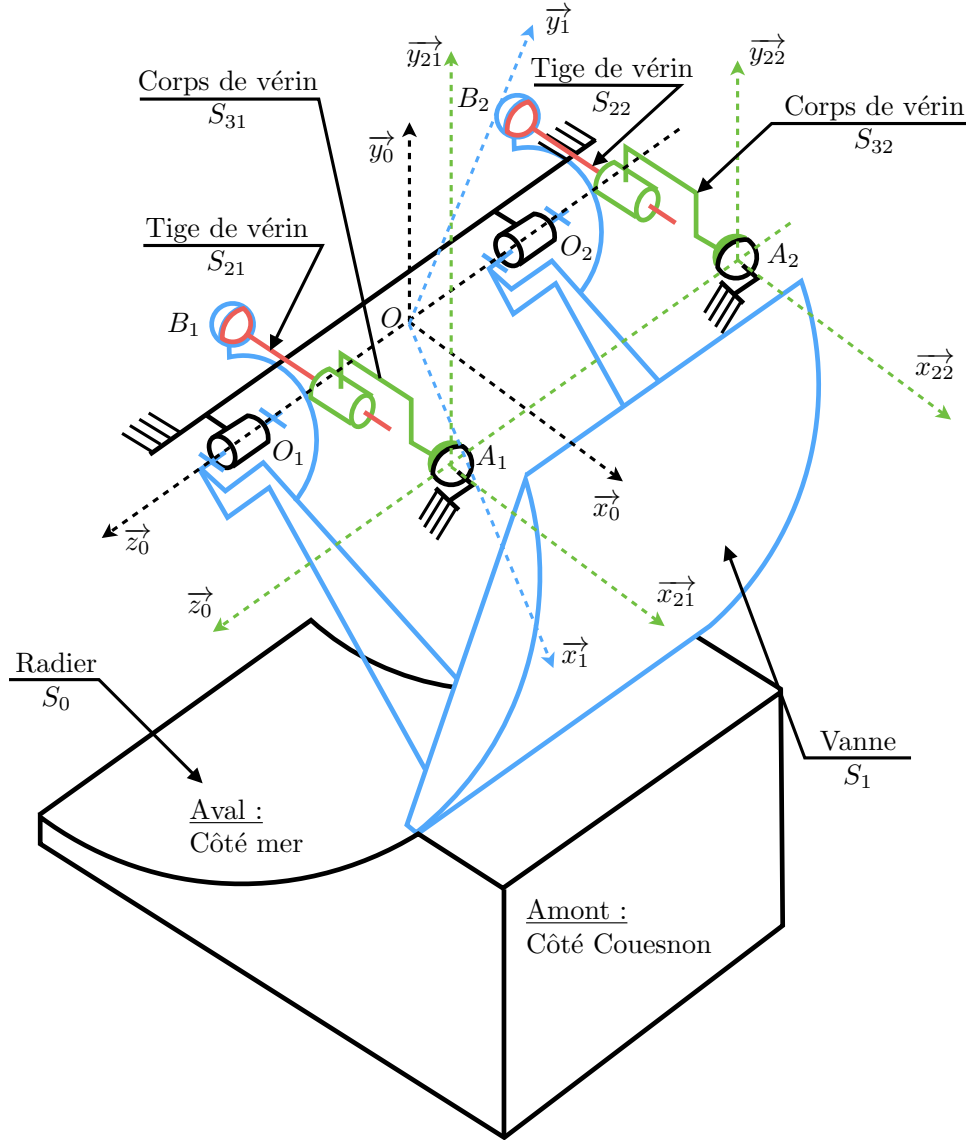


FIGURE 4.2 – Schéma cinématique 3D du mécanisme.

- On associe au radier **0** le repère  $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ ;
- On associe à la vanne **1** le repère  $\mathcal{R}_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , avec  $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ .  
On note  $R_1 = \|\vec{OC}\| = 7$  m son rayon extérieur,  $h = 7,5$  m sa hauteur immergée et  $L = 9$  m sa largeur immergée. On note  $m_1 = 63,7$  T la masse de la vanne cet  $G_1$  son centre de gravité tel que  $\vec{OG}_1 = c\vec{x}_1 + d\vec{y}_1$  avec  $c = 3,97$  m et  $d = -0,42$  m.
- On associe à la tige du vérin **2** le repère  $\mathcal{R}_2 = (B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  où  $\vec{OB} = a\vec{x}_1 + b\vec{y}_1$ , avec  $a = -1,09$  m et  $b = 1,68$  m.
- On associe au corps du vérin **3** le repère  $\mathcal{R}_3 = (A, \vec{x}_2, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  où  $\vec{OA} = e\vec{x}_0 + f\vec{y}_0$  avec  $e = 5,45$  m et  $f = 1,9$  m et on note  $\vec{BA} = \lambda\vec{x}_2$  avec  $\lambda > 0$  la longueur du vérin.

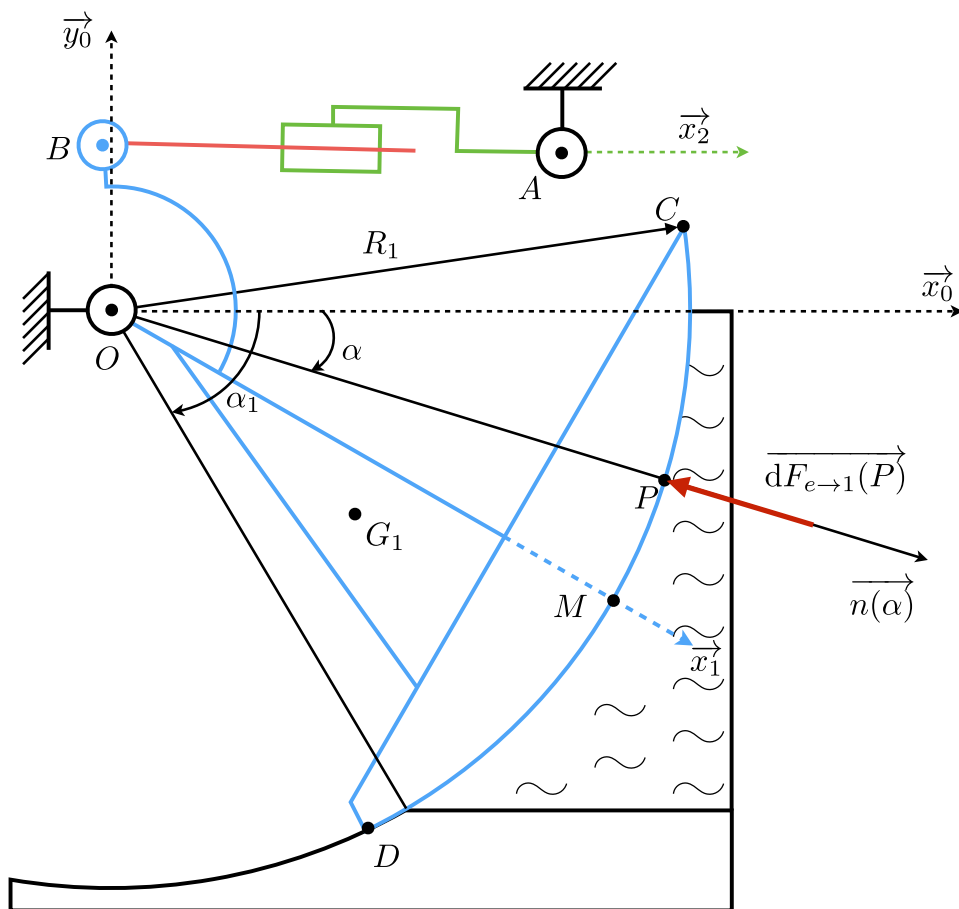


FIGURE 4.3 – Modélisation plane du mécanisme.

#### 4.1 Action de l'eau sur la vanne

L'action de l'eau sur la vanne est maximale six heures après la haute mer, à cet instant, la vanne est fermée, l'eau de la marée haute précédente est retenue par la vanne, et la mer est à marée basse. Cette position est représentée sur le schéma de la figure 4.3 avec comme numéro de pièce : la vanne **1**, la tige du vérin **2**, le corps du vérin **3** et le sol **0**. La hauteur d'eau est représentée sur la figure 4.3 par un secteur angulaire défini par  $\alpha \in [\alpha_1, 0]$  avec  $\alpha_1 = \frac{-\pi}{3}$ . La pression de l'eau est supposée varier linéairement avec la profondeur  $y = \overrightarrow{OP} \cdot \vec{y}_0$  selon :

$$\forall y \in [0, -h], p(y) = -\rho g y$$

avec  $\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^3$  la masse volumique de l'eau,  $g$  l'accélération de la pesanteur et  $h = 7,5 \text{ m}$  la hauteur d'eau maximale. On note  $\vec{n}(\alpha)$  la normale à la surface extérieure de la vanne en un point  $P$  positionné avec un angle  $\alpha$  par rapport à la surface de l'eau.

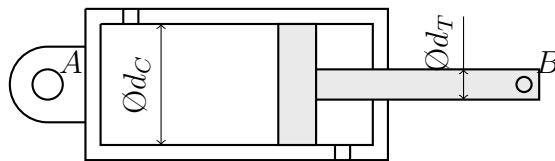
**Question 4.2.** Déterminer l'expression de l'action mécanique élémentaire exercée par l'eau sur la vanne au point  $P$ , notée  $\overrightarrow{dF_{e \rightarrow 1}(P)}$ , en fonction de  $\rho$ ,  $g$ ,  $\alpha$  et  $R_1$ .

**Question 4.3.** Montrer que le moment en  $O$  induit par l'action mécanique élémentaire en  $P$  est nul.

**Question 4.4.** Déterminer l'expression de l'action mécanique totale au point  $O$  exercée par l'eau sur la vanne. Faire les applications numériques.

## 4.2 Action de maintien en position fermée

Il s'agit maintenant, de déterminer l'action développée par la tige du vérin **2** sur la vanne **1** en  $B$ , puis d'en déduire la pression hydraulique d'alimentation du vérin  $p_H$  nécessaire pour maintenir la vanne en équilibre. On donne ci-dessous les caractéristiques du vérin :



- $d_C = 0,25$  m ;
- $d_T = 90,2$  mm ;
- $p_H$  : pression hydraulique ;
- $c_t$  : course totale.

On se place dans la configuration particulière où  $\vec{x}_2 = \vec{x}_0$  et on fixe  $\beta = -30^\circ$ .

**Question 4.5.** Réaliser le graphe de structure du mécanisme plan en vue d'une étude d'équilibre statique.

**Question 4.6.** Déterminer l'expression de l'action mécanique développée par le vérin en fonction de sa pression d'alimentation  $p_H$  et de ses caractéristiques géométriques.

**Question 4.7.** Proposer une stratégie d'isolement permettant d'obtenir l'expression de l'action mécanique développée par le vérin.

**i** On pourra commencer par isoler l'ensemble constitué du corps et de la tige du vérin et de l'huile qu'il contient.

**Question 4.8.** Mettre en place la démarche proposée afin de déterminer la pression d'alimentation du vérin  $p_H$  nécessaire à l'équilibre de la vanne.

## Système élévateur de rack

---

### Objectif

---

Vérifier le dimensionnement du moteur électrique d'un système élévateur de rack.

---



Le groupe TECH-INTER commercialise du matériel de laboratoire d'histopathologie. Cette spécialité médicale consiste à découper des tissus d'organes en fine épaisseur (4–5  $\mu\text{m}$ ). Ces tissus sont ensuite collés sur des lames de verres de 2 mm d'épaisseur puis colorés chimiquement dans un automate. Pour certains tissus, il est nécessaire de coller sur les tissus colorés une lamelle de verre de 0,3 mm d'épaisseur afin de les protéger. Cette dernière opération est très délicate à effectuer manuellement et très longue, une étude pouvant comporter plusieurs centaines de lames. L'appareil appelé « colleuse de lamelle » automatise ce procédé (voir figure 5.1).

**Préparation de l'appareil** Les lames sont placées manuellement dans des paniers disposés dans des bacs inox remplis de toluène. Ces bacs sont positionnés sur un rail de transport puis glissés dans l'appareil. Un tiroir de rangement ayant été préalablement chargé en lamelles, un récipient de colle ayant été placé dans l'appareil et des racks de réception glissés dans l'élévateur, le cycle peut commencer.

**Cycle de collage** L'opérateur programme la quantité de colle et le temps de séchage des lames collées puis lance l'exécution automatique du cycle. Le tapis roulant fait avancer le bac contenant le panier et un système de comptage détermine le nombre de lames et leur position dans le panier. Un mécanisme bielle–manivelle muni d'une pince positionne une lame horizontalement et la dépose sur le support de lame. Dans le même temps, une lamelle est aspirée du tiroir de rangement grâce à une pompe à vide puis est positionnée par un bras manipulateur au-dessus de la lame. Un distributeur de colle dépose la colle sur la lame puis la lamelle descend sur la lame. L'ensemble collé « lame–lamelle » est stocké dans un rack par le support de lame.

**Partie opérative et partie commande** Le positionnement de la lame est réalisé par un mécanisme bielle–manivelle et celui de la lamelle par un bras manipulateur. Les actions permettant de compter les lames, de positionner les lames et les lamelles, de coller la lamelle sur la lame, de stocker les ensembles {lame+lamelle collées} sont coordonnées et commandées par une unité centrale.

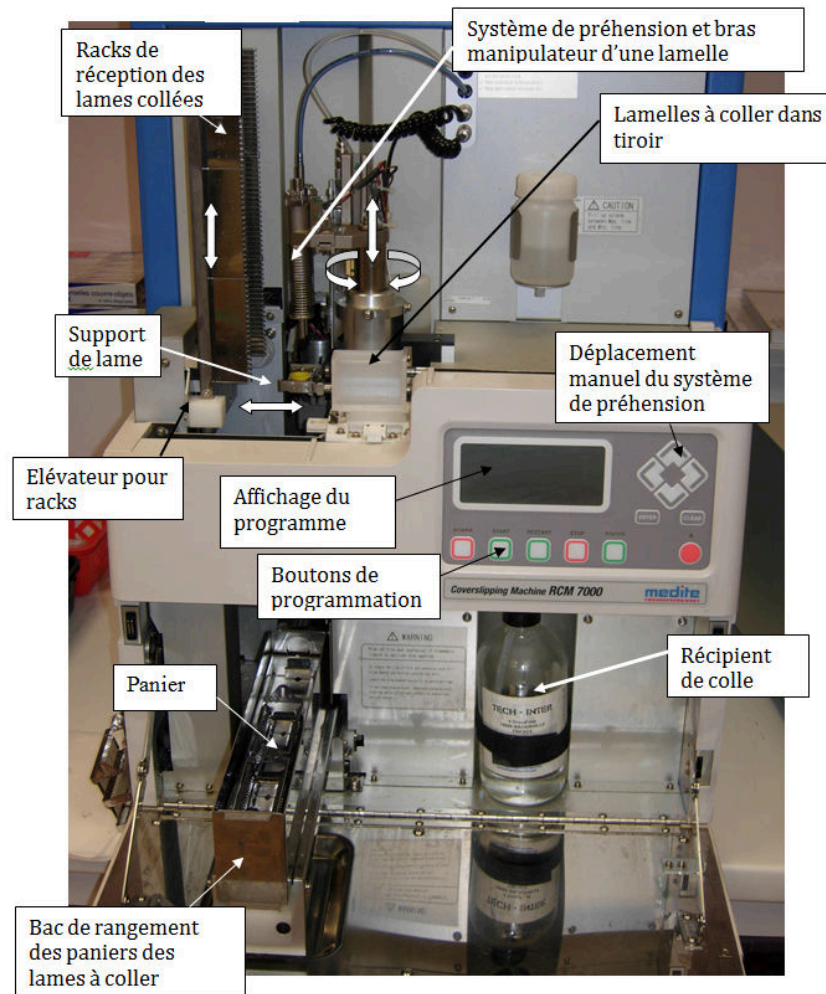


FIGURE 5.1 – Constitution de la « colleuse de lamelle ».

## Étude statique du système élévateur de rack

Le schéma cinématique figure 5.2 représente le système d'élévateur de rack. Un moteur (non représenté) exerce sur l'axe **10** un couple moteur  $C_m$  de norme inconnue. Ce dernier entraîne par un système vis-écrou, de pas  $p$  à droite, le support de rack **11** qui supporte une charge  $P$  connue. Les poids sont négligés vis-à-vis des efforts mis en jeu. Le système est considéré comme spatial.

Le mouvement étant très lent, on peut supposer que l'ensemble est à l'équilibre par rapport au repère galiléen  $\mathcal{R}_0$ . Le but est de valider le couple moteur choisi par le constructeur. Le couple moteur nominal en charge est égal à  $1 \text{ N}\cdot\text{m}$  pour une charge  $P = 100 \text{ N}$ . Les liaisons sont supposées parfaites. Les torseurs couple moteur et charge sont les suivants :

$$\{\mathcal{T}_{\text{moteur} \rightarrow 10}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_m \vec{y}_0 \end{Bmatrix} \quad \{\mathcal{T}_{\text{charge} \rightarrow 11}\} = \begin{Bmatrix} -P \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

**Question 5.1.** Réaliser le graphe de structure du mécanisme en vue d'une étude statique.

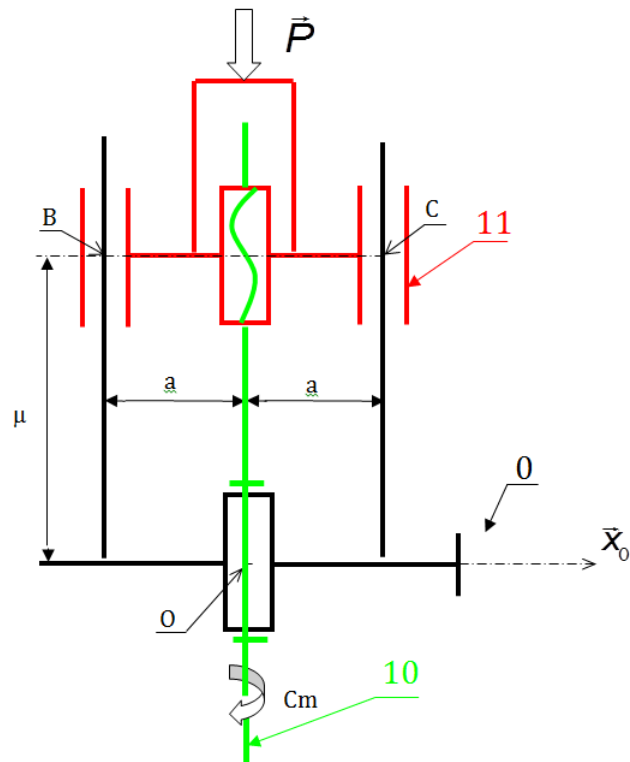


FIGURE 5.2 – Schéma cinématique du système élévateur de rack.

**Question 5.2.** Donner les expressions canoniques des torseurs des actions mécaniques transmissibles par chaque liaison.

**Question 5.3.** Donner les éléments de réduction des torseurs des actions mécaniques transmissibles par les liaisons  $\mathcal{L}_{0/11}^{\text{B}}$  et  $\mathcal{L}_{0/11}^{\text{C}}$  au point O.

**Question 5.4.** Déterminer le couple moteur  $C_m$  en fonction de la charge  $P$  et du pas  $p$ . Vous détaillerez la stratégie de résolution et préciserez bien l'ordre des systèmes isolés.

**Question 5.5.** Calculer la valeur numérique de  $C_m$  pour  $p = 6,28 \text{ mm}$  (pour un tour) et  $P = 100 \text{ N}$ . Conclure.



## Boîtier de direction

### Objectif

Déterminer le couple en sortie d'un boîtier de direction permettant d'imposer la rotation des roues d'un camion en fonction du couple exercé sur le volant.

Les figures 6.1 et 6.2 représentent le mécanisme d'un boîtier de direction de camion. À partir d'une action sur le volant, lié à un arbre d'entrée **1**, le boîtier de direction transmet le mouvement de direction aux roues avant par l'intermédiaire d'un ensemble de biellettes reliées à un arbre de sortie **3**.



FIGURE 6.1 – Boîtier de direction de camion.

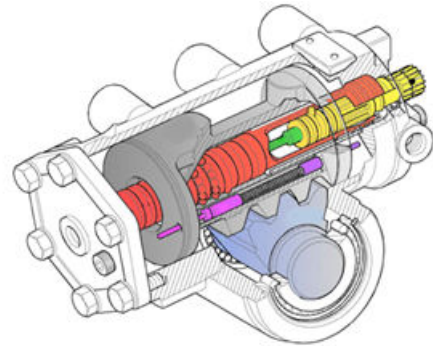


FIGURE 6.2 – Modèle 3D du boîtier de direction de camion.

Pour l'étude qui nous intéresse, nous considérerons une position particulière des pièces du mécanisme pour laquelle les roues du véhicule ne sont pas braquées ; ce qui revient à considérer l'écrou **2** en position médiane, comme sur le schéma cinématique donné figure 6.3. Les résultats des calculs pourront être interprétés à la limite du braquage.

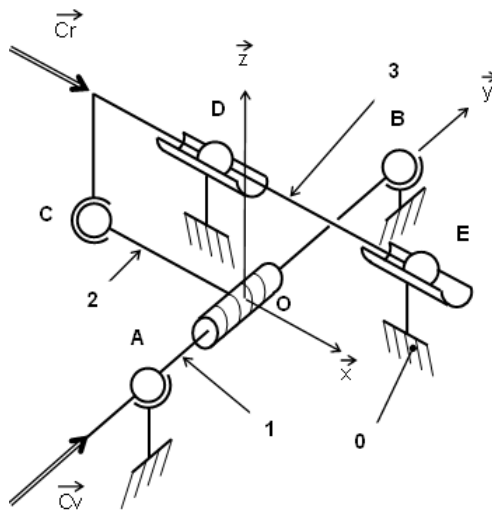


FIGURE 6.3 – Schéma cinématique du boîtier de direction.



### Hypothèses et notations

- La vis **1** possède une hélice à droite avec un pas réduit noté  $p^*$  ;
- on appelle :
  - $\vec{C}_v$  le couple d'entrée appliqué par le volant sur l'arbre **1** ;
  - $\vec{C}_r$  le couple de sortie appliqué par les biellettes reliées aux roues sur l'arbre **3**.
- les coordonnées des différents points dans la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  sont :

$$A(0; y_A; 0), \quad B(0; y_B; 0), \quad C(x_C; 0; 0), \quad D(x_D; 0; k), \quad E(x_E; 0; k)$$

- le poids des pièces est négligé par rapport à l'intensité des efforts mis en jeux ;
- toutes les liaisons sont supposées parfaites.

**Question 6.1.** *Réaliser le graphe de structure en vue d'une étude statique.*

**Question 6.2.** *En isolant successivement les pièces **1**, **2** et **3**, appliquer le principe fondamental de la statique et écrire les six équations scalaires d'équilibre statique.*

**Question 6.3.** *Résoudre ce système d'équations de façon à déterminer une expression du couple de sortie  $C_r$  en fonction du couple d'entrée  $C_v$  et des paramètres géométriques.*

Si cette démarche fonctionne systématiquement, en pratique on préfère souvent limiter le nombre d'équations pour résoudre plus rapidement un problème.

**Question 6.4.** *Mettre en place une stratégie permettant de déterminer le couple de sortie  $C_r$  en fonction du couple d'entrée  $C_v$  et des paramètres géométriques.*

## Glissière de cellule d'injection plastique

### Objectif

Déterminer les efforts de contact entre un rail et des galets intervenant dans la réalisation d'une liaison glissière.



Le sujet porte sur une cellule d'injection automatisée produisant des pièces injectées. La translation suivant la direction  $\vec{X}$  est assurée par un système de transformation de mouvement de type pignon-crémaillère. Le guidage de l'ensemble mobile  $X$  est réalisé par deux modules linéaires. Chaque module est composé d'un module en alliage d'aluminium et de deux chariots équipés de galets. Les galets de chaque module roulent sur un rail fixé sur le bâti.

On se propose de déterminer les actions mécaniques aux appuis pour la liaison glissière équivalente. L'objectif est de définir le sens des efforts et donc de vérifier les conditions de fonctionnement des porte-galets articulés.

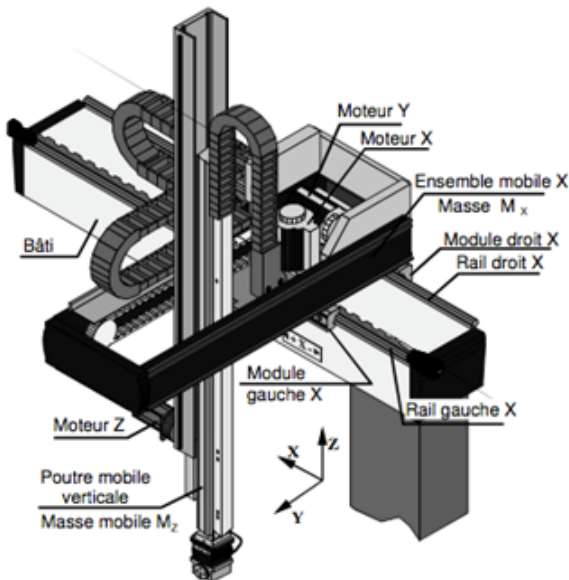


FIGURE 7.1 – Composition du robot.

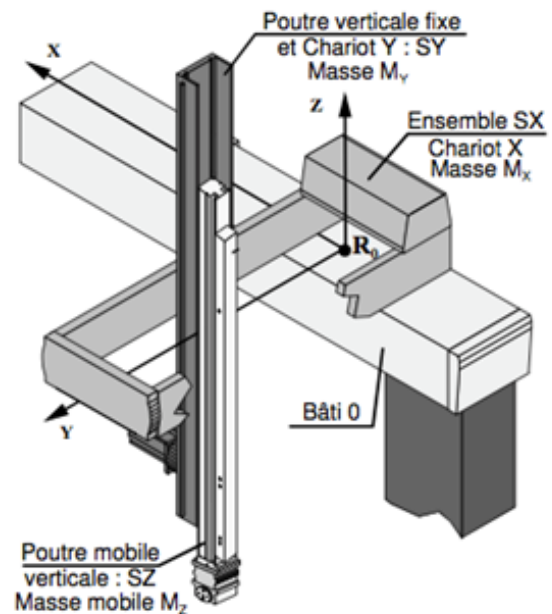
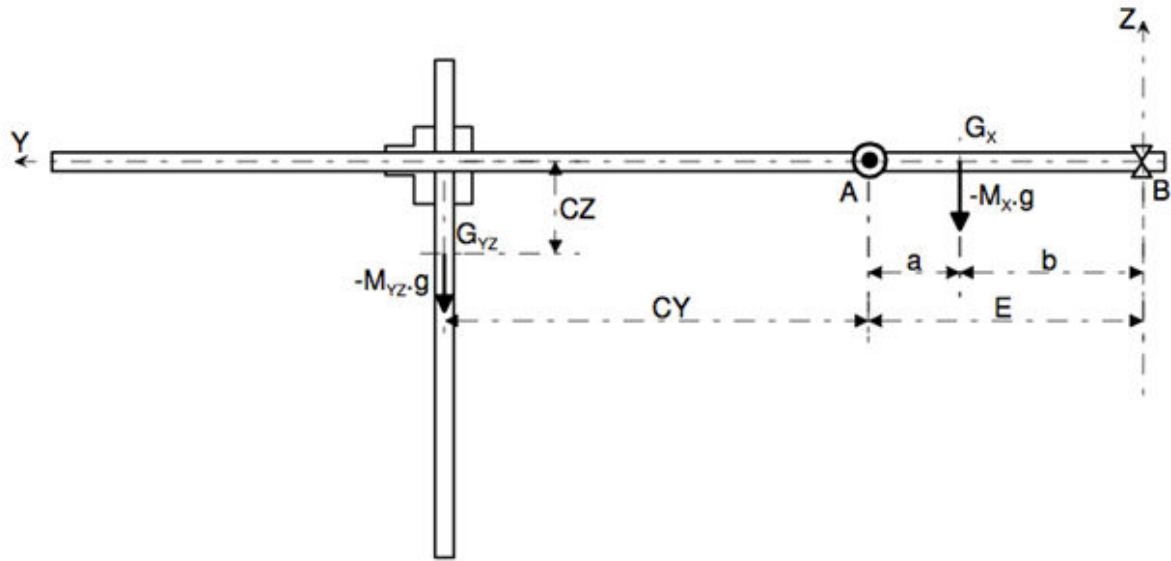


FIGURE 7.2 – Sous-ensembles mobiles.



Soit l'ensemble  $S$ , composé des sous-ensembles  $SX$ ,  $SY$ ,  $SZ$  représentant l'ensemble mobile  $\mathbf{X}$ . Le modèle d'étude de la liaison glissière est défini par :

- le référentiel lié au rail  $\mathbf{0}$  est supposé galiléen et muni de la base  $\mathcal{B} = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  ;
- la liaison glissière équivalente entre les rails  $\mathbf{0}$  et l'ensemble isolé est constituée d'une liaison pivot glissant d'axe  $(A, \vec{x})$  et d'une liaison sphère-plan de normale  $(B, \vec{z})$  ;
- le centre de gravité de l'ensemble mobile  $SX$  est défini en  $G_X$ , considéré comme fixe quelles que soient les positions en  $\vec{Y}$  et  $\vec{Z}$  du robot portique et on note  $M_X = 230$  kg sa masse ;
- le centre d'inertie de l'ensemble mobile  $\{SY; SZ\}$  est défini en  $G_{YZ}$  et on note  $M_{YZ} = 120$  kg la masse de cet ensemble ;
- l'accélération de la pesanteur est notée  $\vec{g} = -g\vec{z}$ , avec  $g = 9,81$  m.s<sup>-2</sup> ;
- on note

$$E = 0,5\text{m}, \quad a = 0,2\text{ m}, \quad CY = 0,5\text{ m}, \quad CZ = 0,2\text{ m}$$

**Question 7.1.** Réaliser le graphe de structure du mécanisme en vue d'une étude statique.

**Question 7.2.** Réaliser le bilan des actions mécaniques qui s'exercent sur  $S$  et, pour chacune d'elle, exprimer son torseur.

**Question 7.3.** En appliquant le principe fondamental de la statique au solide  $S$ , déterminer les actions mécaniques exercées par le rail  $\mathbf{0}$  sur  $S$ .

**Question 7.4.** En déduire le sens de l'effort de réaction pour la liaison sphère-plan de normale  $(B, \vec{z})$  et montrer qu'il dépend des paramètres  $a$  et  $CY$ .

**Question 7.5.** Donner la condition nécessaire pour que l'appui ait lieu sur le galet fixe  $\mathbf{9}$  au point  $B$ .

**Question 7.6.** Calculer les différentes valeurs des composantes de la réaction en  $B$ .

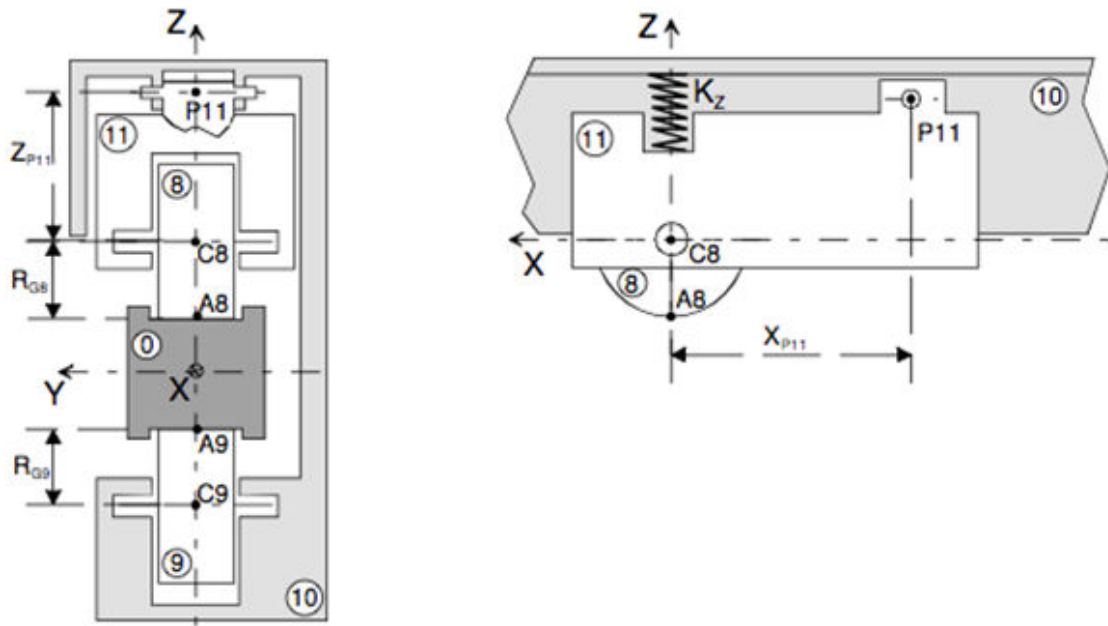


FIGURE 7.3 – Illustration du contact entre les galets et le rail.

## Borne escamotable

### Objectif

Déterminer la position du contrepoids d'une borne escamotable afin de minimiser l'énergie nécessaire à son fonctionnement.



Le dispositif étudié est un système permettant de limiter ou d'interdire la circulation dans des zones à accès réservé (fonction principale du système détaillée dans la table 1). Ce dispositif comporte :

- un caisson intégrant la partie opérative, à savoir une borne motorisée rétractable dans le sol ;
- un caisson intégrant la partie commande comportant une platine électronique de gestion, une batterie d'alimentation électrique du système et des cellules photovoltaïques assurant la charge de la batterie.

Selon son concept innovant et breveté, le système utilise un module solaire pour recharger sa batterie. L'installation d'une borne de ce type ne nécessite aucune tranchée, aucun raccordement, ni abonnement EDF ; son alimentation est gratuite et peut être envisagée sur n'importe quel site. Cependant, le fonctionnement du système est limité à un nombre de cycles dont la valeur dépend des conditions d'ensoleillement. La problématique majeure pour ce système est donc d'atteindre une autonomie suffisante, tout en minimisant le coût et l'encombrement des moyens de production et de stockage de l'énergie électrique.

TABLE 1 – Critères associés à la réalisation de la fonction principale du système.

Critère	Niveaux
Temps de sortie (ou de rentrée)	6 s maximum
Hauteur de la borne sortie (égale à sa course)	500 mm
Diamètre de la borne	210 mm
Poids maximum soutenu avec le plot relevé	80 daN
Poids maximum supportable lors de la montée	80 daN max en fin de course
Autonomie (cycles/jour)	100 en été / 50 en hiver

### 8.1 Analyse fonctionnelle et structurelle

**Question 8.1.** À l'aide du schéma architectural représenté figure 8.1, indiquer quelles sont les solutions constructives choisies par le constructeur pour assurer la réalisation des exigences techniques.

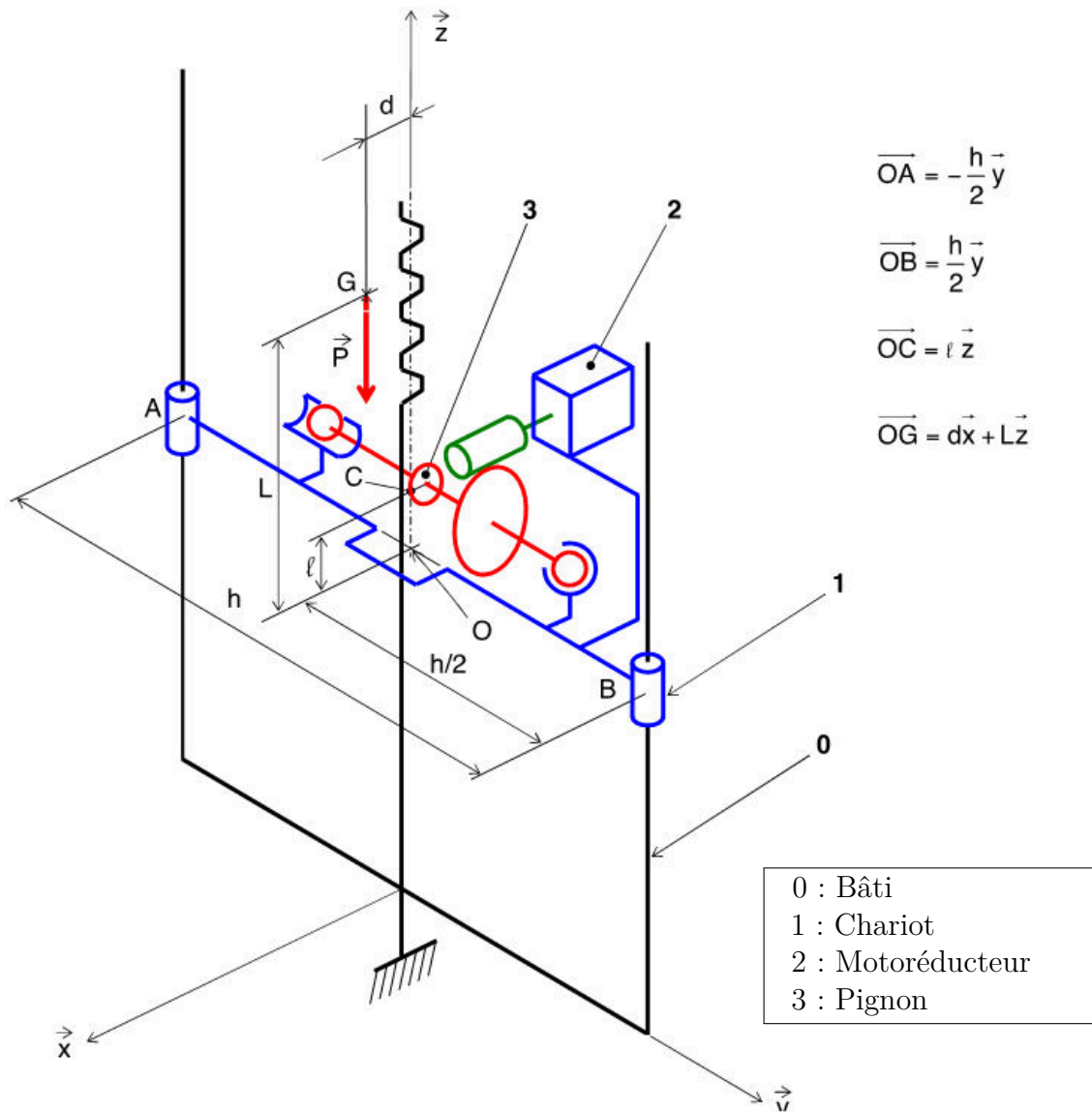


FIGURE 8.1 – Schéma architectural de la borne.

Le limiteur de couple (non représenté sur la figure 8.1) intercalé entre l'arbre supportant le pignon **3** et l'arbre de sortie du motoréducteur **2** permet de limiter le poids appliqué à la borne lors de sa montée.

**Question 8.2.** Justifier la nécessité de limiter le poids supporté par la borne lors de sa montée.

Le guidage en translation rectiligne verticale du chariot supportant la borne par rapport au caisson enterré est réalisé par deux colonnes parallèles en prise avec deux paliers ouverts liés au chariot supportant la borne.

**Question 8.3.** À partir du schéma architectural représenté figure 8.1, préciser comment a été modélisé le guidage du chariot par rapport au caisson. Est-ce un problème en vue d'une étude de statique ?

## 8.2 Étude statique

Afin de limiter les efforts résistants liés aux frottements dans les guidages en translation du chariot, le constructeur a choisi de placer un contrepoids qui permet de positionner le centre de gravité  $G$  de la partie mobile liée au chariot à la distance  $d$  de la ligne de référence de la crémaillère (voir la figure 8.1). Dans cette partie, on se propose donc d'étudier la position du contrepoids permettant de minimiser les pertes par frottement dans le guidage du chariot **1** et ainsi augmenter l'autonomie du système.

Pour l'étude, on fera les hypothèses suivantes :

- la détermination de la position du contrepoids est effectuée pour la montée à vitesse constante ce qui justifie une étude en statique ;
- les frottements ne sont pas négligés dans les liaisons pivot glissant constituant le guidage du chariot par rapport au bâti et on prendra  $\tan(\varphi) = 0,22$  ;
- le poids du chariot et de tous les éléments embarqués (motoréducteur, borne, etc.) n'est pas négligé. On considère la masse totale  $m = 30$  kg et l'accélération de la pesanteur  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  ;

**Question 8.4.** Réaliser le graphe de structure en vue d'une étude statique.

**Question 8.5.** En tenant compte de la symétrie des deux liaisons pivot glissant entre les **1** et **0** par rapport au plan  $(O, \vec{x}, \vec{z})$ , préciser les relations que l'on peut en déduire sur leurs composantes d'actions mécaniques transmissibles.

On supposera dans la suite que les résultantes des deux liaisons pivot glissant sont respectivement situées dans les plans  $(A, \vec{x}, \vec{z})$  et  $(B, \vec{x}, \vec{z})$ .

**Question 8.6.** À partir de l'isolement de l'ensemble  $E$  constitué du chariot **1** et de tous les éléments embarqués (**2** et **3**), effectuer le bilan des actions mécaniques extérieures. Présenter ce bilan à l'aide des torseurs écrits le plus simplement possible et en tenant compte des hypothèses ci-dessus. Pour établir le bilan, se référer aux figures 8.1 et 8.2.

On donne le torseur des actions mécaniques exercées par **0** sur **3** au point  $C$  :

$$\{\mathcal{T}_{0 \rightarrow 3}\}_C = \left\{ \begin{array}{c} X_{0 \rightarrow 3} \vec{x} + Z_{0 \rightarrow 3} \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\} \quad \text{et} \quad \tan(\alpha) = -\frac{X_{0 \rightarrow 3}}{Z_{0 \rightarrow 3}}$$

**Question 8.7.** Justifier la forme du torseur des actions mécaniques exercées par **0** sur **3**.

**Question 8.8.** En se plaçant à la limite du glissement, appliquer le principe fondamental de la statique au chariot en équilibre. En déduire les équations scalaires utiles pour la résolution.

**Question 8.9.** Déterminer la composante du moment dans les liaisons en  $A$  et en  $B$  uniquement dans le cas de la montée du chariot.

**Question 8.10.** Déterminer l'expression de la longueur  $d$  en fonction de  $\ell$ ,  $\varphi$  et  $\alpha$  afin d'annuler les moments transmissibles par les liaisons pivot glissant en  $A$  et en  $B$  dans le cas de la montée du chariot.

**Question 8.11.** Calculer la valeur numérique de  $d$  pour  $\ell = 60$  mm.

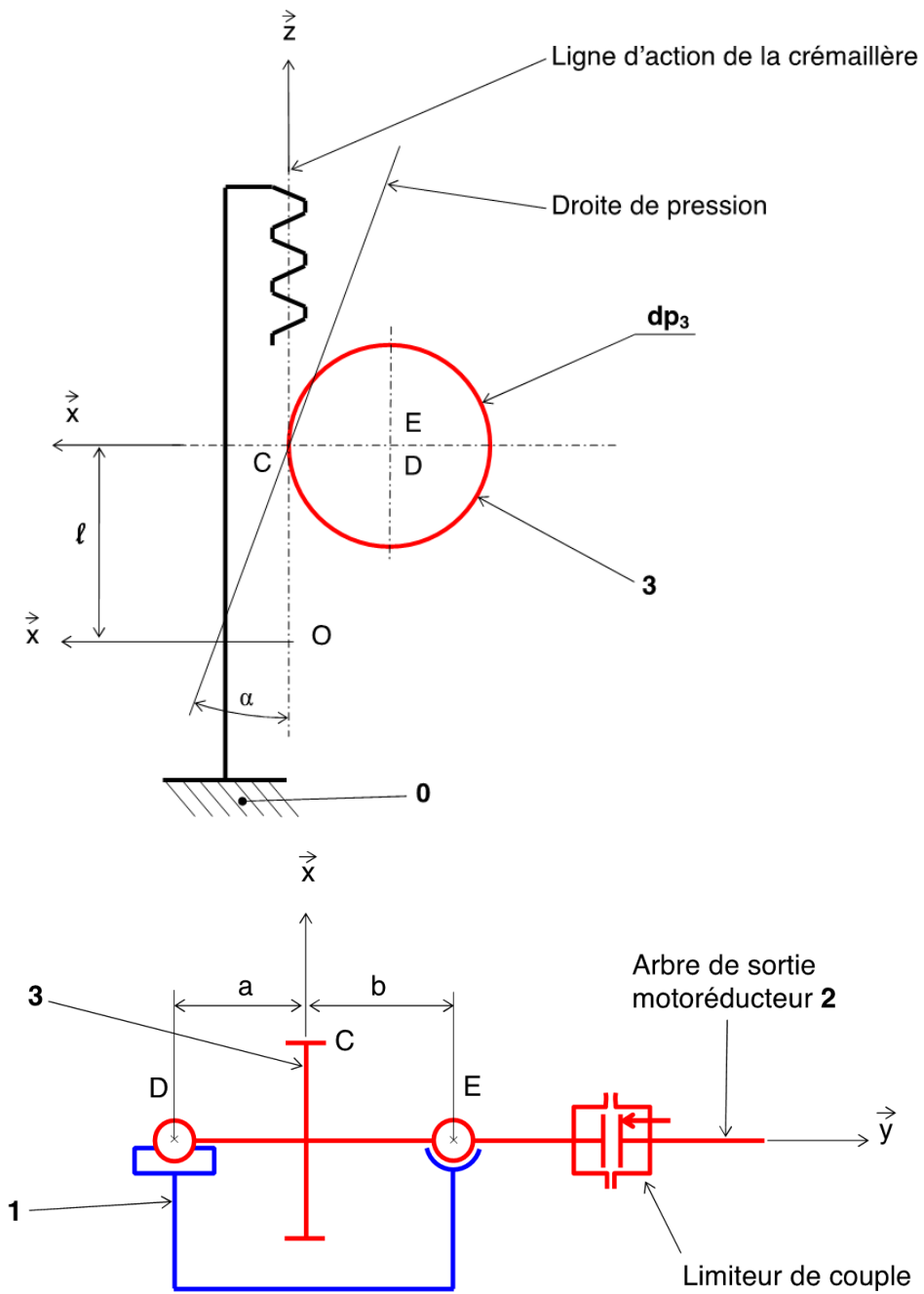


FIGURE 8.2 – Schéma cinématique partiel.



## Barrière de Tamise

---

### Objectif

---

Évaluer les efforts agissant sur chacune des portes du barrage de la Tamise lors de la phase de fermeture pour dimensionner les actionneurs hydrauliques (vérins).

---

Après de nombreuses catastrophes liées à des inondations, Londres a décidé de se munir d'un immense barrage sur la Tamise, appelé le *Thames Barrier* pour se protéger des crues du fleuve de la Tamise. Constitué de 51 000 tonnes d'acier et de 210 000 m<sup>3</sup> de béton, le barrage de la Tamise est à ce jour le plus grand barrage mobile au Monde. Ce barrage mesure 520 m de large. L'espacement entre chacune des quatre ouvertures centrales est de 61 m afin de pouvoir laisser passer les navires.



FIGURE 9.1 – Barrage de la Tamise.



FIGURE 9.2 – Porte du barrage en phase de maintenance.

### 9.1 Modélisation et paramétrage

La figure 9.3 décrit la géométrie de la section d'une porte du barrage. On fait alors les hypothèses suivantes pour simplifier l'étude :

- l'eau ne peut pas pénétrer à l'intérieur de la porte ;
- les vérins sont alimentés sous une pression hydraulique constante notée  $P_{\text{alim}}$  ;
- le mouvement d'ouverture est suffisamment lent pour considérer un équilibre quasi-statique ;
- l'action du courant et les phénomènes liés aux mouvements de l'eau sont négligés (état hydrostatique) ;
- le niveau de l'eau est supposé identique de part et d'autre de la porte ;
- toutes les liaisons sont supposées parfaites, c'est-à-dire sans jeu ni frottement.

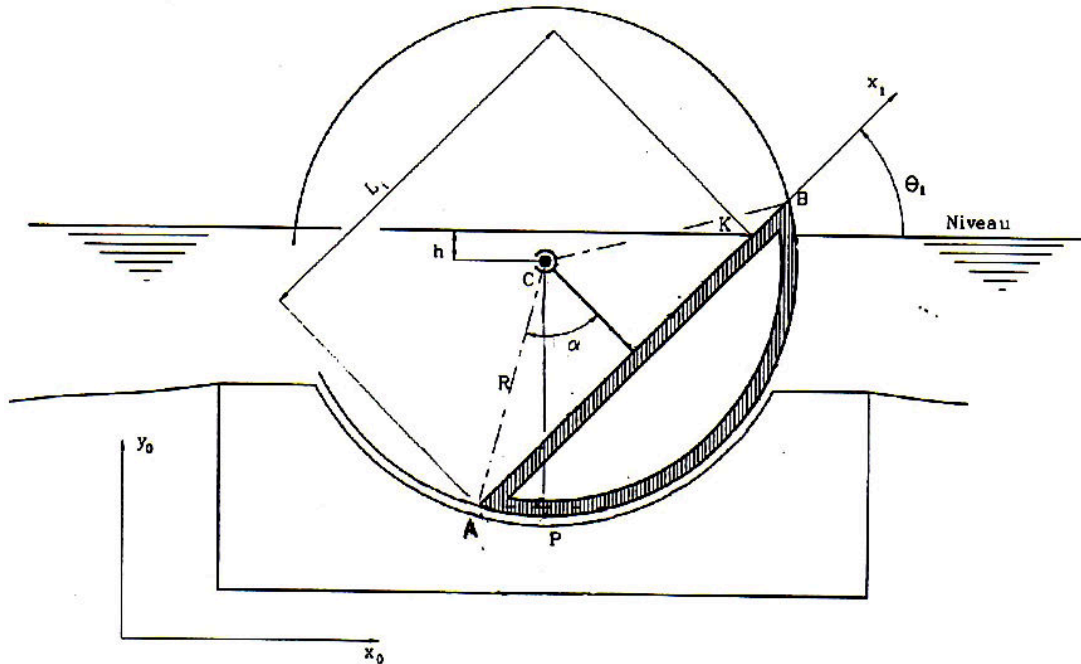


FIGURE 9.3 – Définition de la géométrie d'une porte du barrage.

TABLE 1 – Données et notations.

$(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = 2\alpha = 2\pi/3$	Angle au centre de la section
$R = 12,4 \text{ m}$	Rayon extérieur du secteur circulaire
$L = 58 \text{ m}$	Longueur de la porte
$e = 0,05 \text{ m}$	Épaisseur des tôles de la porte ( $e \ll R < L$ )
$g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$	Accélération de la pesanteur
$\mu_0 = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$	Masse volumique de l'eau
$\mu = 7800 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$	Masse volumique de l'acier
$\theta_1 = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1})$	Paramètre de position angulaire de la porte

**Question 9.1.** Déterminer la masse de la porte.

**Question 9.2.** Déterminer la position du centre de gravité de la porte.

**Question 9.3.** Déterminer le moment en  $C$  de l'action mécanique exercée par l'eau sur la porte. Montrer qu'il peut s'écrire sous la forme  $\overrightarrow{M}_{C, \text{eau} \rightarrow \text{porte}} = C_e \overrightarrow{z_0}$  et donner la valeur de  $C_e$ .

**Question 9.4.** On isole la porte. Déterminer l'expression du couple moteur  $C_m$  en fonction de  $C_e$  et des paramètres géométriques (voir figure 9.3).

## 9.2 Étude de l'équilibre du système de commande

On s'intéresse maintenant au système de vérins. Compte tenu de la symétrie du problème, on considérera le mécanisme comme plan avec :

- la porte **1** en liaison pivot d'axe  $(C, \vec{z}_0)$  avec le bâti **0** et actionnée par la biellette **2** au niveau du point  $D$ , avec  $CD = 10,25$  m ;
- la biellette **2** est en liaison pivot d'axe  $(D, \vec{z}_0)$  avec la porte **1** et en liaison pivot d'axe  $(E, \vec{z}_0)$  avec la pièce **3** ;
- la pièce **3** est en liaison pivot d'axe  $(H, \vec{z}_0)$  avec le bâti **0** et est actionnée en  $I$  et  $I'$  par les biellettes **4** et **4'** ;
- les biellettes **4** et **4'** sont respectivement en liaisons pivots d'axes  $(I, \vec{z}_0)$  et  $(I', \vec{z}_0)$  avec la pièce **3** et en liaisons pivots d'axes  $(M, \vec{z}_0)$  et  $(M', \vec{z}_0)$  avec les tiges des vérins **5** et **5'** ;
- deux vérins dont les tiges **5** et **5'** actionnent les biellettes **4** et **4'**.

L'action mécanique de l'eau sur la porte  $\{\mathcal{T}_{\text{eau} \rightarrow 1}\}$  est modélisée globalement par une force appliquée au point  $F$  telle que :

$$\overrightarrow{F_{\text{eau} \rightarrow 1}} = -20 \cdot 10^6 \vec{x}_0 - 10 \cdot 10^6 \vec{y}_0$$

L'objectif est de vérifier ou non le critère de pression dans le vérin (350 bar max) dans le cas extrême où seule la tige du vérin **5** est active suite à une rupture de la biellette **4'**.

**Question 9.5.** Déterminer graphiquement l'action mécanique de la biellette **4** sur la tige de vérin **5** dans la position représentée figure 9.4b.

**Question 9.6.** Pour un diamètre de piston de 1,5 m déterminer la pression dans la chambre du vérin et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

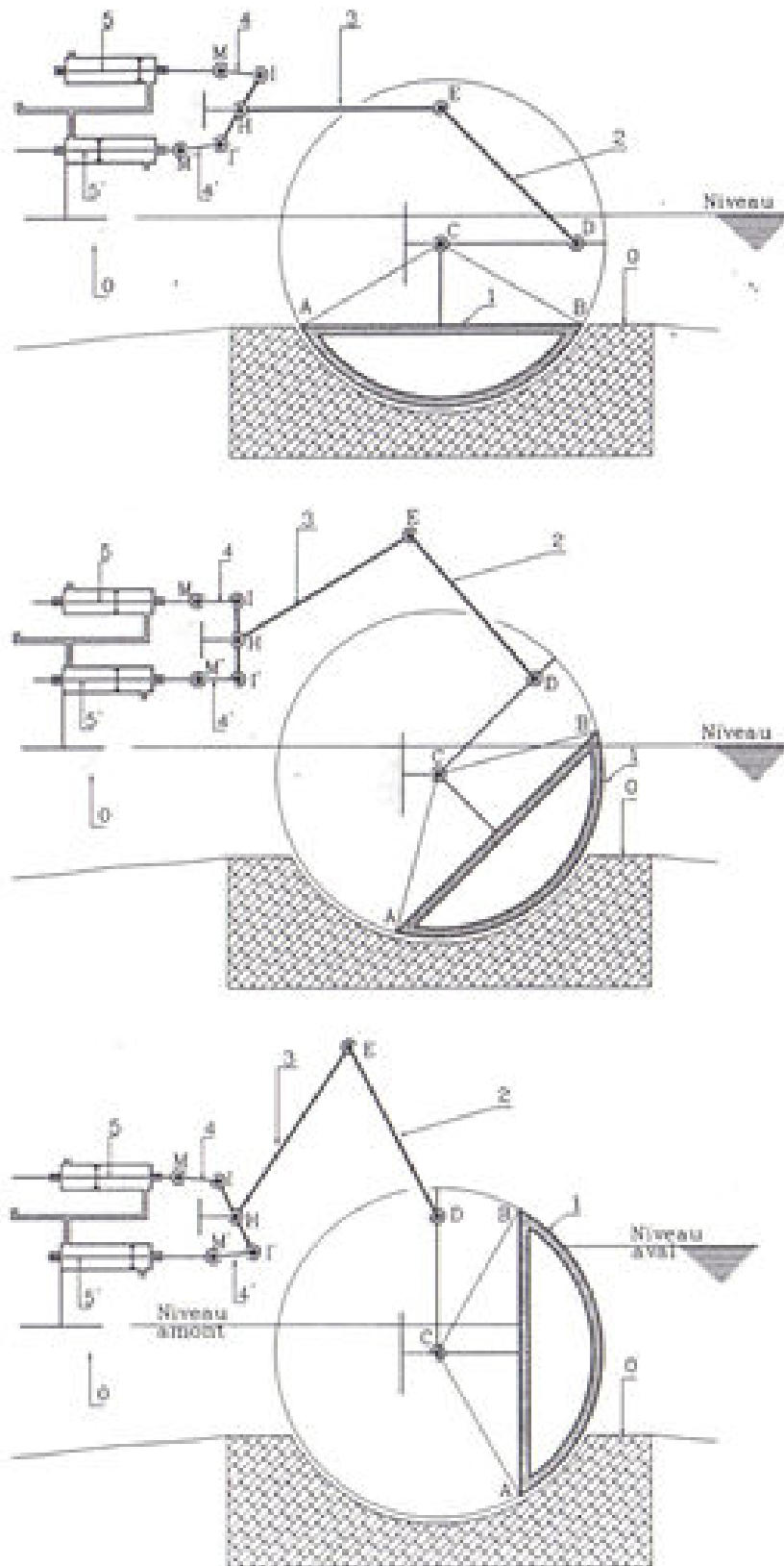


FIGURE 9.4 – Différentes positions de la porte : rentrée (a), intermédiaire (b) et sortie (c).

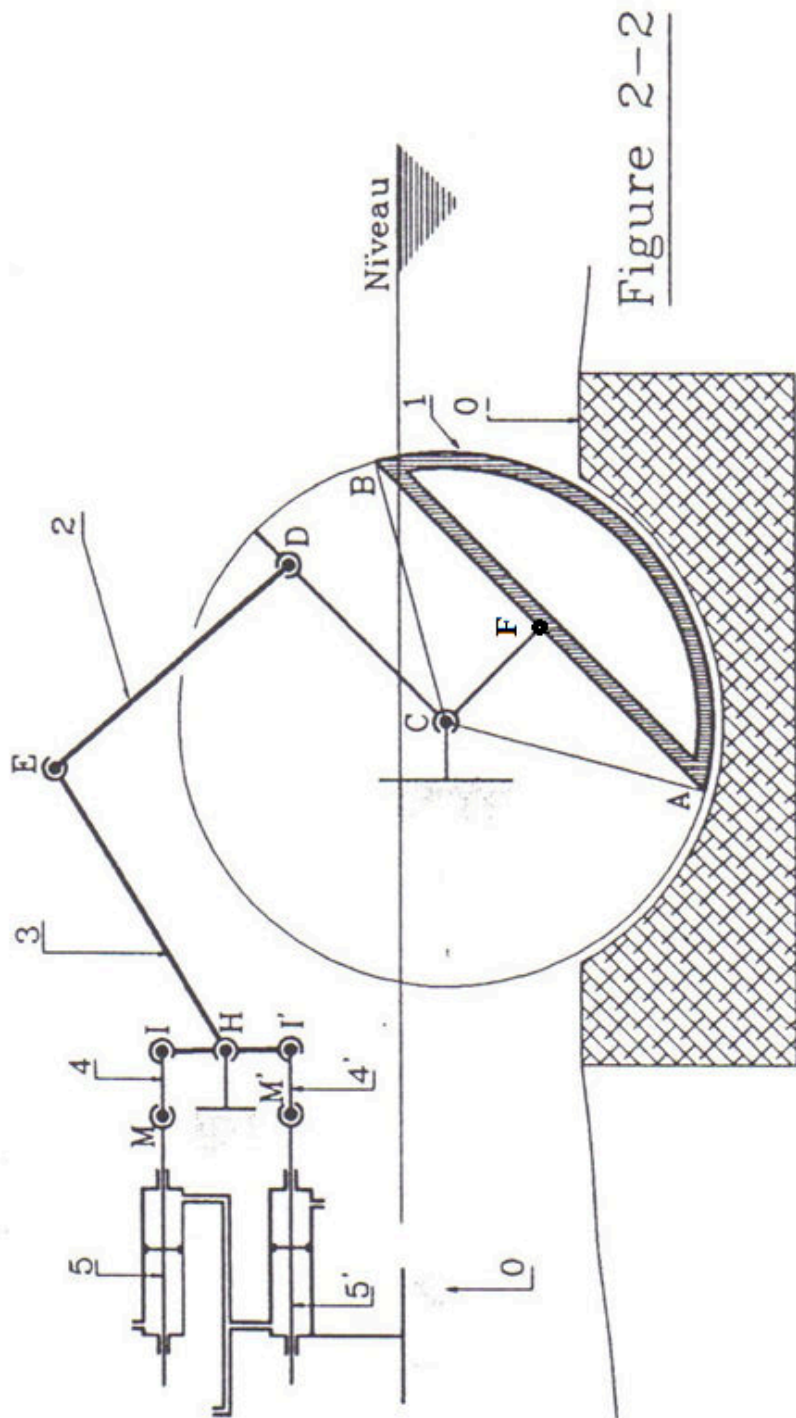


FIGURE 9.5 – Barrière de Tamise.

## Chasse-neige

### Objectif

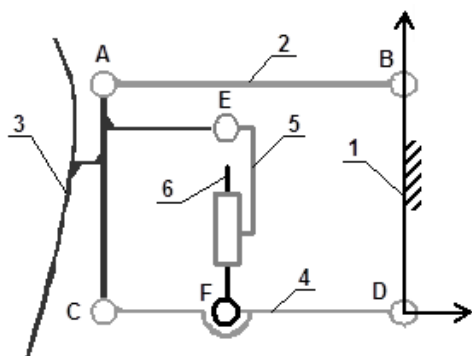
Dimensionner deux vérins hydrauliques respectivement associés au mécanisme de relevage et au mécanisme d'orientation des lames d'un chasse-neige.



La société SICOMETAL (Jura) est spécialisée dans la fabrication d'équipements de déneigement pour véhicules utilitaires : étraves, lames, fraises etc. L'étrave de déneigement CGM10, objet de cette étude, est utilisée pour dégager les routes après de fortes chutes de neige. Elle est composée de deux volets disposés en « V » qui permettent d'évacuer la neige sur les deux côtés, évitant ainsi d'occasionner un déséquilibre latéral au véhicule porteur. Les deux volets sont articulés de façon indépendante sur la pointe de l'étrave et ont

une ouverture variable contrôlée par le conducteur. Ceci permet d'éviter les obstacles et d'adapter l'ensemble à la largeur de la route. Lors de l'utilisation, l'étrave repose sur le sol sous l'action de son propre poids. Pour limiter l'usure des volets et la détérioration des routes, elle peut être munie de patins en composite. En fin d'utilisation ou pour éviter des obstacles, elle est pourvue d'un système de relevage hydraulique. L'ensemble de l'étrave se fixe sur une plaque fixée sur l'avant du véhicule porteur.

### 10.1 Validation du fonctionnement du mécanisme de relevage



Dans un plan de symétrie, le mécanisme de relevage peut être modélisé suivant le schéma ci-contre. Le cadre à cônes **1** est considéré comme fixe. L'ensemble constitué par le cadre à cônes **1**, les bielles **2** et **4** et la pointe **3**, forme un parallélogramme déformable actionné par le vérin de relevage (constitué du corps **5** et de la tige **6**). On fait l'hypothèse que le mécanisme est plan. Les longueurs des barres sont telles que  $AB = CD = L$  et  $AC = BD = H$ . À l'instant initial, le mécanisme se trouve dans la position définie par  $\overrightarrow{CD} = L\vec{x}_1$ .

**Question 10.1.** Déterminer la nature du mouvement de la pointe **3** par rapport au cadre à cônes **1** lorsque l'on actionne le vérin de relevage.

**Question 10.2.** Sachant que l'étrave peut être montée sur des véhicules de différentes hauteurs, justifier l'intérêt de ce type de mouvement pour le mécanisme de relevage.

On se propose de déterminer l'effort minimal à fournir par le vérin pour relever l'étrave et de vérifier que cet effort peut être obtenu avec la pression de 15 MPa minimum délivrée par la pompe du véhicule porteur.

**Hypothèses et notations :**

- le poids de la biellette supérieure **2** est négligé devant les autres actions mécaniques ;
- l'étrave ne touche pas le sol ;
- le repère lié à **1** est supposé galiléen ;
- on appelle  $S_3 = \{3, 7, 7', 8, 8', 9, 9', 10, 10', 11, 11'\}$  l'ensemble des pièces supportées par la pointe **3** (voir le détail des pièces en annexe). Les solides indexés « ' » sont relatifs au côté « opposé » de l'étrave.

**Question 10.3.** Réaliser le graphe de structure du mécanisme en vue d'une étude statique.

**Question 10.4.** Exprimer le bilan des actions mécaniques extérieures sur la biellette **2**. Que dire alors du support de  $\overrightarrow{R_{S_3 \rightarrow 2}}$ , résultante des actions mécaniques de  $S_3$  sur **2**.

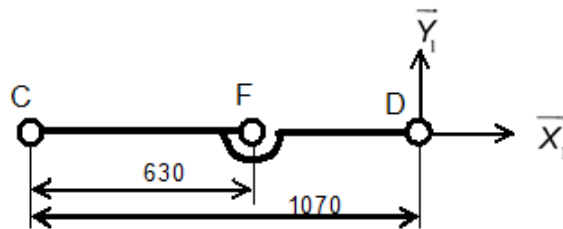
L'action de la pesanteur sur l'ensemble  $S = \{S_3, 4, 5, 6, \text{huile}\}$  est modélisée par le glisseur :

$$\{\mathcal{T}_{\text{pes} \rightarrow S}\}_G = \left\{ \begin{array}{l} \vec{P} = -8\,500 \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

**Question 10.5.** Réaliser le bilan détaillé des actions mécaniques extérieures agissant sur l'ensemble isolé  $S$ .

**Question 10.6.** Appliquer graphiquement le principe fondamental de la statique à l'ensemble  $S$  et déterminer  $\overrightarrow{R_{1 \rightarrow 4}}$ . Les tracés seront réalisés sur le document réponse DR1. Donner  $\|\overrightarrow{R_{1 \rightarrow 4}}\|$ .

**Question 10.7.** Exprimer les composantes de  $\overrightarrow{R_{1 \rightarrow 4}}$  dans le repère  $\mathcal{R}_1 = (D, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ .



**Question 10.8.** En isolant la biellette inférieure **4**, déterminer l'action mécanique minimale que doit transmettre le vérin. On supposera qu'à l'instant de l'étude  $\overrightarrow{F\vec{E}} = \lambda \vec{y}_1$ .

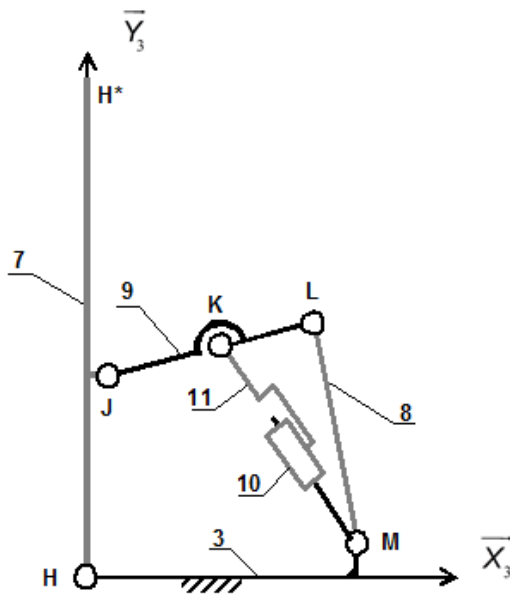
On cherche enfin à valider le dimensionnement du vérin de relevage. Des graphes en annexe donnent l'effort développé par le vérin en fonction de la pression d'alimentation.

**Question 10.9.** Relever l'effort fourni pour une pression d'alimentation de 15 MPa, dans le cas du vérin de relevage, lors de la sortie de la tige.

**Question 10.10.** Comparer votre résultat à celui obtenu dans la question 10.7 et conclure quant au fonctionnement du mécanisme de relevage.



## 10.2 Validation du fonctionnement en position « lame »



On place le volet droit **7** en position « lame » et à incidence maximale  $\alpha = 0^\circ$  (cf. annexes et schéma de principe ci-contre). On cherche à déterminer alors l'effort que doit fournir le vérin d'ouverture **{10, 11, huile}** afin de maintenir le volet dans cette position d'équilibre si ce dernier est soumis à une action mécanique surfacique due à la neige.

Pour résoudre ce problème, on fait l'hypothèse que le mécanisme est plan et on mène donc une étude de statique plane dans le plan de symétrie du système. On utilisera la figure du document réponse afin de déterminer par mesure et conversion toutes les dimensions jugées nécessaires à la résolution du problème posé.

**Question 10.11.** Tracer sur le DR2 les positions des points  $J$ ,  $K$  et  $L$  correspondants à la position  $\alpha = 0^\circ$ .

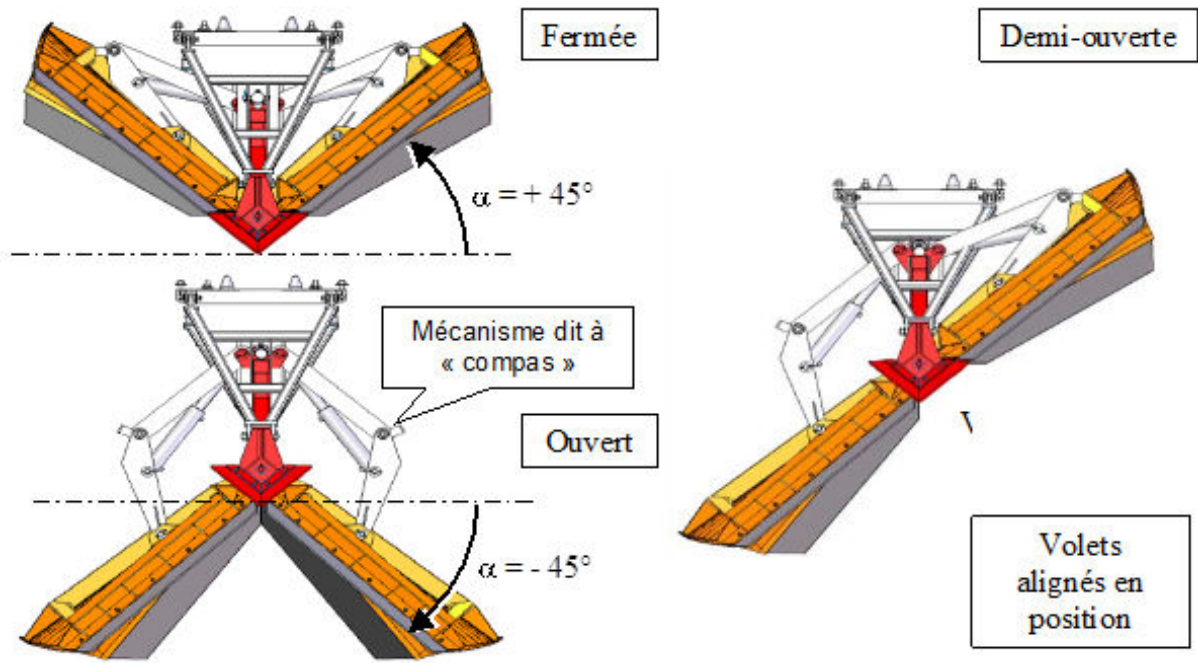
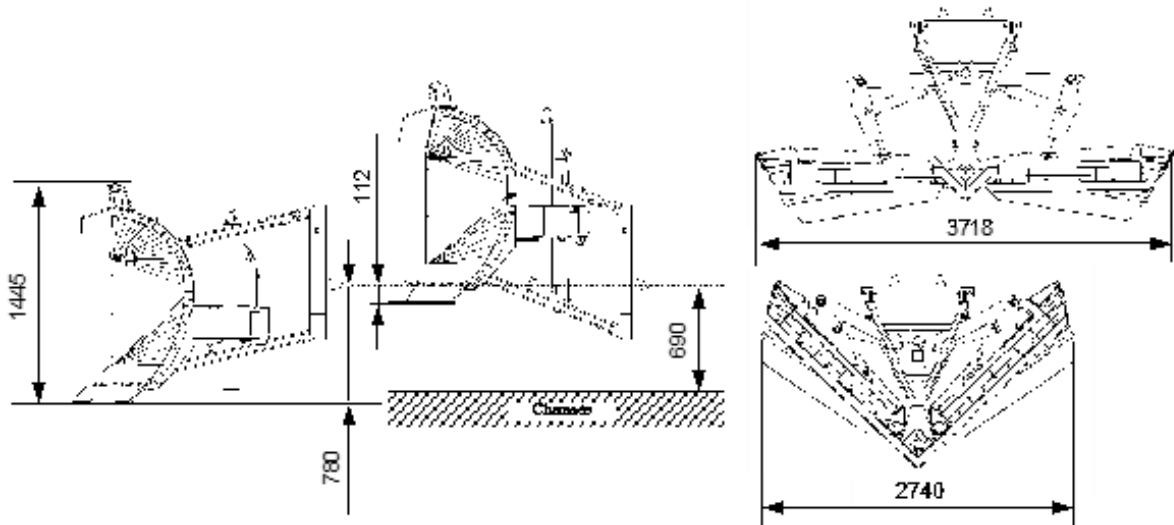
**Question 10.12.** En isolant successivement les sous-ensembles nécessaires, déterminer graphiquement l'effort (au point  $N$ ) que doit fournir le vérin d'ouverture afin de maintenir le volet **7** en équilibre dans cette position. Le glisseur modélisant l'action de la neige sur **7** s'exprime au point  $N$  centre de poussée milieu de  $[HH^*]$  par :

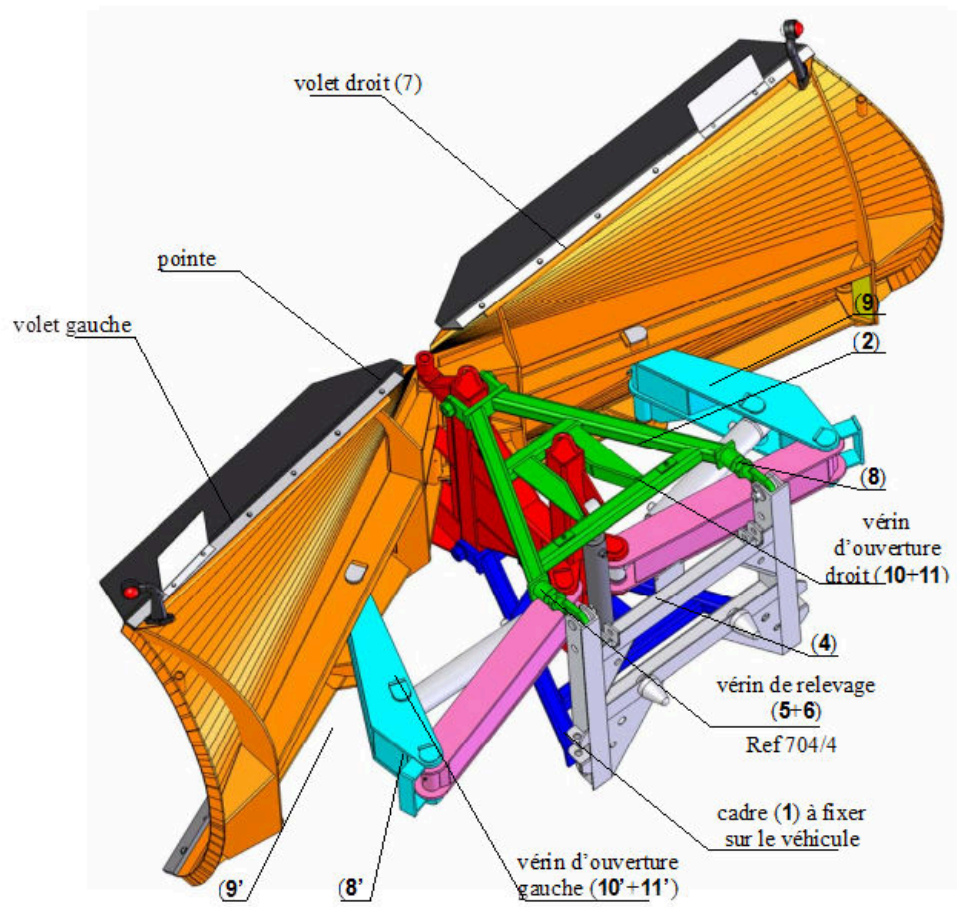
$$\{\mathcal{F}_{neige \rightarrow 7}\}_N = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_{neige \rightarrow 7}} = 2 \cdot 10^4 \vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

On supposera que le point  $J$  appartient à  $[HH^*]$  et on pourra prendre pour l'étude graphique l'échelle suivante :  $30 \text{ mm} \rightarrow 10^4 \text{ N}$ .

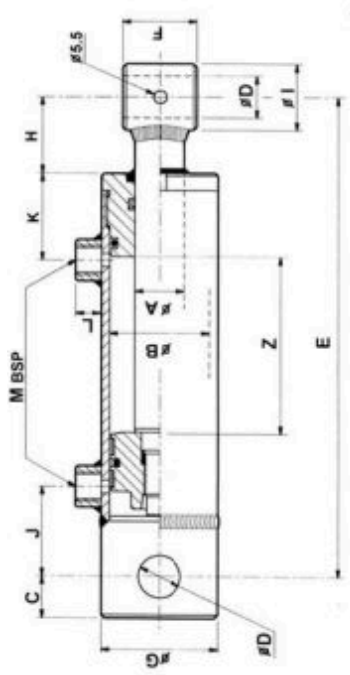


# Annexes



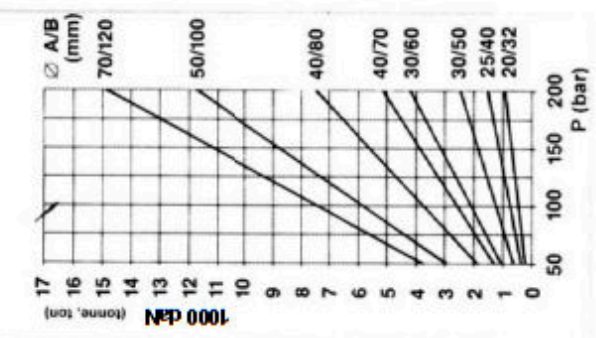


**VERIN DOUBLE EFFET  
DOUBLE ACTING CYLINDER  
DOPPELTWIRKENDE ZYLINDER**

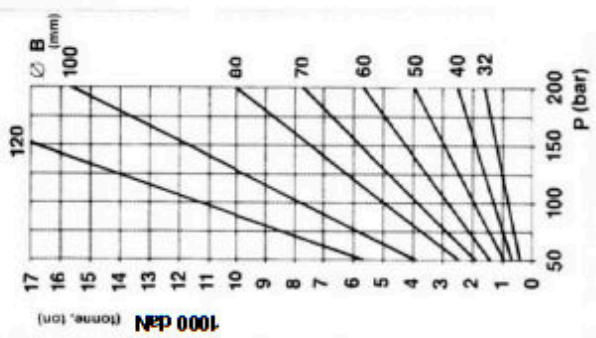


REF. ARTIKEL	ØA	ØB	Z	COURSE STROKE	HUB	E	C	D	F	G	H	I	J	K	L	M	Vol. Poids	
Nr																	Weight (Kg)	
700/05	50		50	100	205	17	16,2	35	40	28	30	30	30	35	13	1,4	0,05	1,7
700/10	20	32	100	150	255	17	16,2	35	40	28	30	30	30	35	13	1,4	0,10	2
700/15	20	32	150	200	305	17	16,2	35	40	28	30	30	30	35	13	1,4	0,13	2,3
700/20			200	300	355	17	16,2	35	40	28	30	30	30	35	13	1,4	0,17	2,6
700/30			300	400	455	17	16,2	35	40	28	30	30	30	35	13	1,4	0,25	3,2
701/1			100	200	270	18	20,5	40	50	65	35	38	40	15	3,8	0,15	2,9	
701/2	25	40	200	300	370	18	20,5	40	50	65	35	38	40	15	3,8	0,25	3,8	
701/3			300	400	470	18	20,5	40	50	65	35	38	40	15	3,8	0,40	4,8	
701/4			400	500	570	18	20,5	40	50	65	35	38	40	15	3,8	0,50	5,7	
701/5			500	600	670	18	20,5	40	50	65	35	38	40	15	3,8	0,65	6,6	
702/1			100	200	300	22	25,5	45	60	85	40	42	43	15	3,8	0,20	4,4	
702/2			200	300	400	22	25,5	45	60	85	40	42	43	15	3,8	0,40	5,7	
702/3			300	400	500	22	25,5	45	60	85	40	42	43	15	3,8	0,60	6,9	
702/4	30	50	400	500	600	22	25,5	45	60	85	40	42	43	15	3,8	0,80	8,1	
702/5			500	600	700	22	25,5	45	60	85	40	42	43	15	3,8	1,00	9,3	
702/6			600	700	800	22	25,5	45	60	85	40	42	43	15	3,8	1,20	10,6	
702/7			700	800	900	22	25,5	45	60	85	40	42	43	15	3,8	1,40	11,9	
703/1			100	200	300	22	25,5	45	70	83	40	42	45	15	3,8	0,30	5,5	
703/2			200	300	400	22	25,5	45	70	83	40	42	45	15	3,8	0,60	6,9	
703/3			300	400	500	22	25,5	45	70	83	40	42	45	15	3,8	0,90	8,2	
703/4	30	60	400	500	600	22	25,5	45	70	83	40	42	45	15	3,8	1,15	9,6	
703/5			500	600	700	22	25,5	45	70	83	40	42	45	15	3,8	1,45	11	
703/6			600	700	800	22	25,5	45	70	83	40	42	45	15	3,8	1,75	12,2	
703/7			700	800	900	22	25,5	45	70	83	40	42	45	15	3,8	2,00	13,6	
704/2			200	300	410	28	30,5	55	80	82	50	47	49	15	3,8	0,85	10	
704/3			300	400	510	28	30,5	55	80	82	50	47	49	15	3,8	1,20	12	
704/4	40	70	400	500	610	28	30,5	55	80	82	50	47	49	15	3,8	1,60	14	
704/5			500	600	710	28	30,5	55	80	82	50	47	49	15	3,8	2,00	16	
704/6			600	700	810	28	30,5	55	80	82	50	47	49	15	3,8	2,35	18	
704/7			700	800	910	28	30,5	55	80	82	50	47	49	15	3,8	2,75	20	
704/8			800	900	1010	28	30,5	55	80	82	50	47	49	15	3,8	3,10	22,5	
704/9			900	1000	1110	28	30,5	55	80	82	50	47	49	15	3,8	3,50	25	
705/2			200	300	410	28	30,5	55	90	70	90	90	54	15	3,0	1,10	12,3	
705/3			300	400	510	28	30,5	55	90	70	90	90	54	15	3,0	1,60	14,1	
705/4	40	80	400	500	610	28	30,5	55	90	70	90	90	54	15	3,0	2,10	16,3	
705/5			500	600	710	28	30,5	55	90	70	90	90	54	15	3,0	2,60	18,4	
705/6			600	700	810	28	30,5	55	90	70	90	90	54	15	3,0	3,10	20,3	
705/7			700	800	910	28	30,5	55	90	70	90	90	54	15	3,0	3,60	22,5	
706/3			300	400	525	28	30,5	70	115	75	60	47	60	20	1,2	2,50	25	
706/4			400	500	625	28	30,5	70	115	75	60	47	60	20	1,2	3,30	28,5	
706/5	50	100	500	600	725	28	30,5	70	115	75	60	47	60	20	1,2	4,10	32	
706/7			700	800	925	28	30,5	70	115	75	60	47	60	20	1,2	5,65	39,1	
706/9			900	1000	1125	28	30,5	70	115	75	60	47	60	20	1,2	7,25	46,1	
707/5	70	120	500	600	770	40	40,5	80	140	55	80	65	82	20	1,2	5,90	60	
707/10			1000	1270	140	40	40,5	80	140	55	80	65	82	20	1,2	11,55	90	

**FORCE DE TRACTION  
TRACTIVE EFFORT  
ZUGKRAFT**



**FORCE DE POUSSEE  
UPWARD THRUST  
DRUCKKRAFT**



Echelle conseillée :  
1 cm → 1000 N

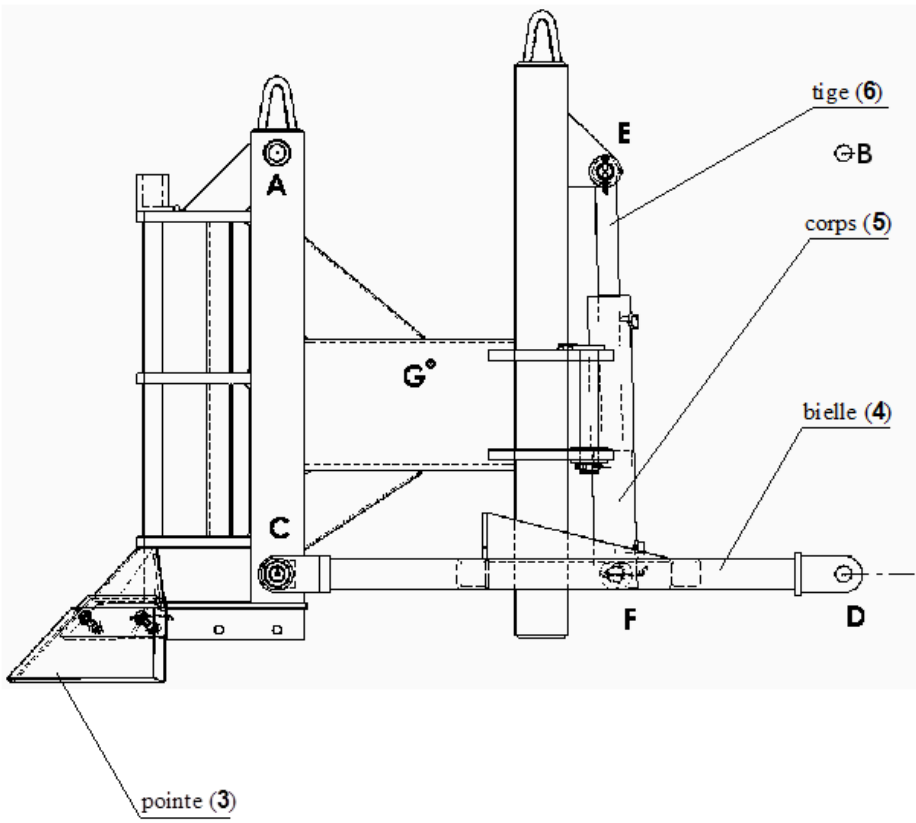


FIGURE 10.1 – Chasse neige DR1

Donnée HJ=750 mm

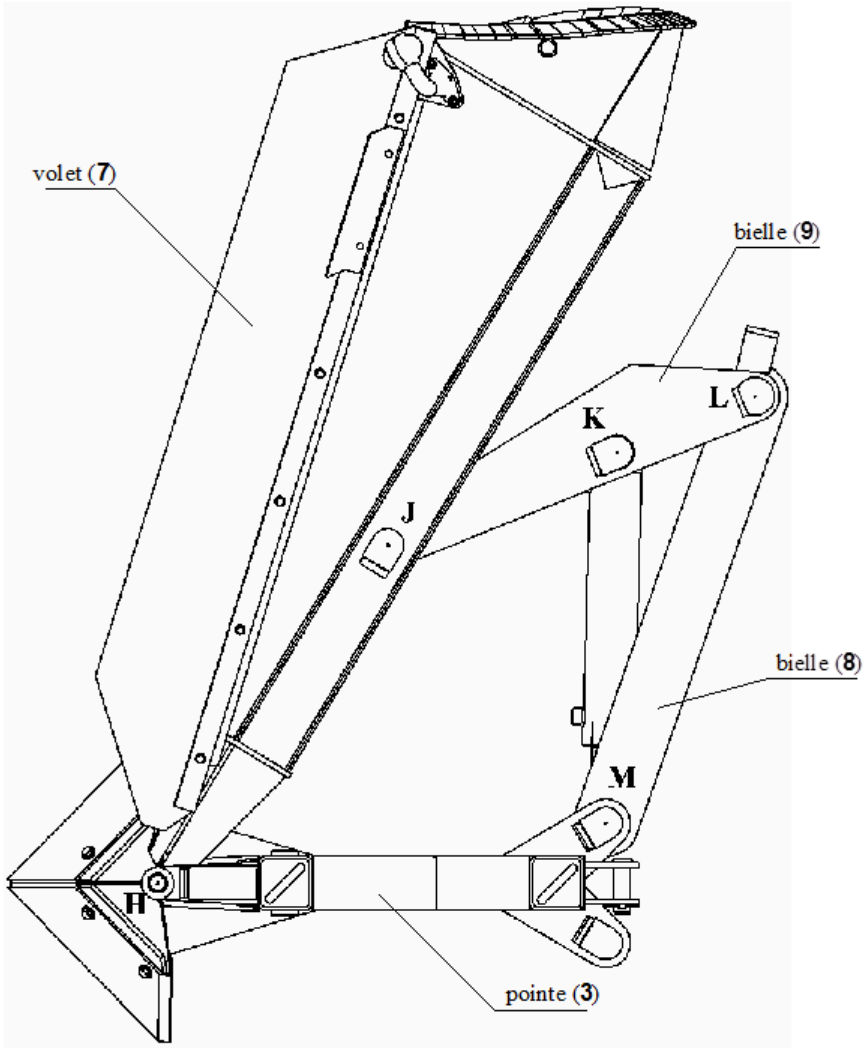


FIGURE 10.2 – Chasse neige DR2

— EXERCICE 11 —

## Excavatrice

---

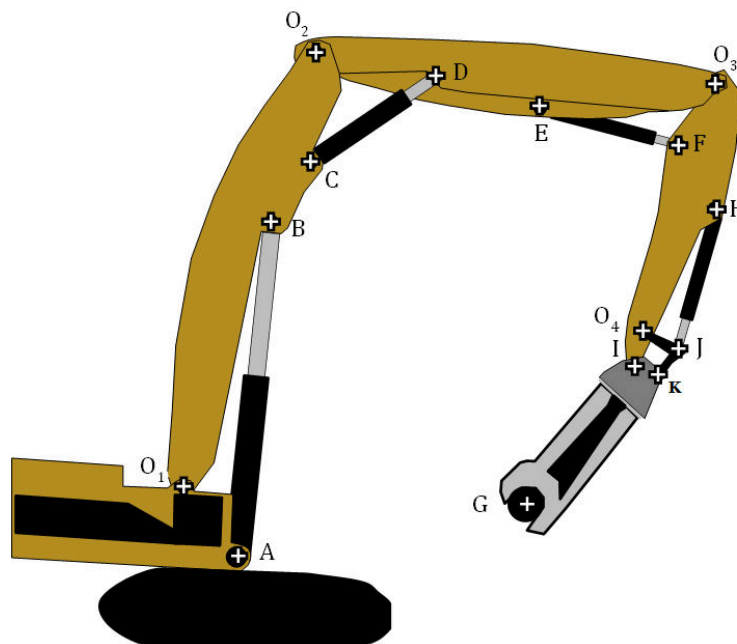
**Objectif**

---

Déterminer les actions mécaniques développées par quatre vérins hydrauliques d'une excavatrice.

---

Une excavatrice est un engin de chantier destiné à creuser des trous et des tranchées avec un débit important. Elle peut aussi être équipée d'outillages spéciaux dans des applications particulières comme ici la destruction en vue du recyclage d'un cargo.





Les éléments constitutifs de la grue sont :

1. élément porteur ;
2. bras principal, le vérin **T** assure le mouvement de rotation de **2** par rapport à **1** ;
3. bras de flèche, le vérin **U** assure le mouvement de rotation de **3** par rapport à **2** ;
4. balancier, le vérin **V** assure le mouvement de rotation de **4** par rapport à **3** ;
5. pince + chargement, dont la masse  $m_5 = 2\,000$  kg s'applique au point  $G$ , le vérin **W** assure le mouvement de rotation de **5** par rapport à **4** par l'intermédiaire du triangle **6**.  
On considère la présence de jeu dans la liaison en  $K$ , la direction de l'action mécanique, normale à la surface, est portée par  $(KJ)$ .

### Hypothèses et notations :

- l'élément porteur **1** est à l'arrêt et en liaison complète avec le sol ;
- les éléments **2**, **3**, **4**, **5**, **6** et **7** sont dans le plan  $(\vec{x}, \vec{y})$  ;
- les liaisons passant aux points  $O_1, O_2, O_3, O_4$ , et  $I$  sont des liaisons pivots d'axes parallèles à la direction  $\vec{z}$  ;
- les liaisons en  $A, B, C, D, E, F, J, K$  sont des liaisons sphériques ;
- toutes ces liaisons sont supposées parfaites donc sans jeu ni frottement ;
- l'accélération de la pesanteur est notée  $\vec{g} = -g\vec{y}$ , avec  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  ;
- l'action de la pesanteur est négligée pour les pièces **3**, **4**, **6** et **7** et pour les vérins **T**, **U**, **V** et **W**.

**Question 11.1.** *Pour les deux configurations géométriques données sur les documents réponses DR1 et DR2, déterminer graphiquement les actions mécaniques transmises par les vérins **U**, **V** et **W** connaissant la charge  $F_c$  de la pince (échelle :  $20 \text{ mm} \rightarrow 2000 \text{ daN}$ ). Vous expliquerez vos constructions en détaillant les élément(s) isolé(s), le bilan des actions mécaniques extérieures correspondantes et la méthode de résolution utilisée.*

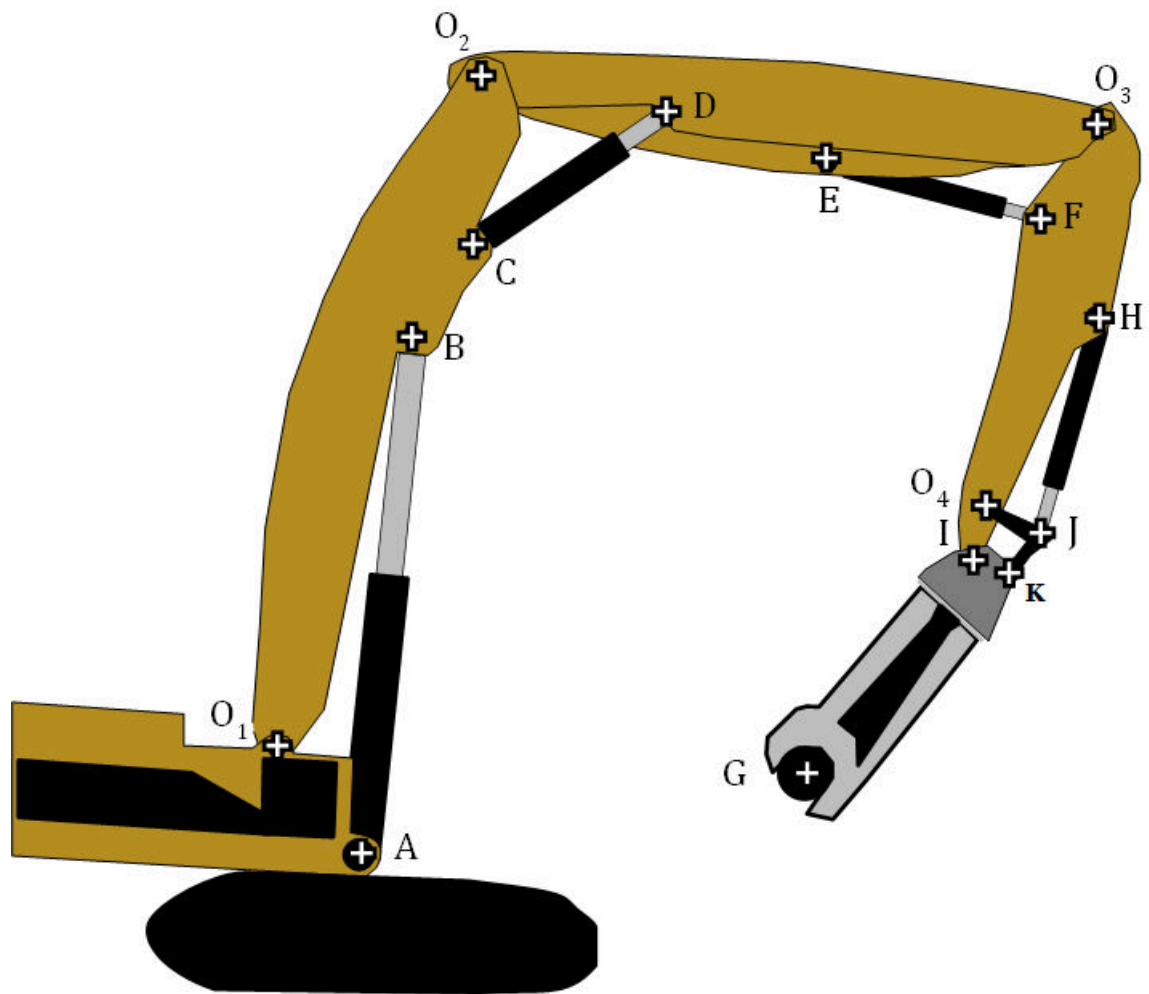


FIGURE 11.1 – Excavatrice DR1



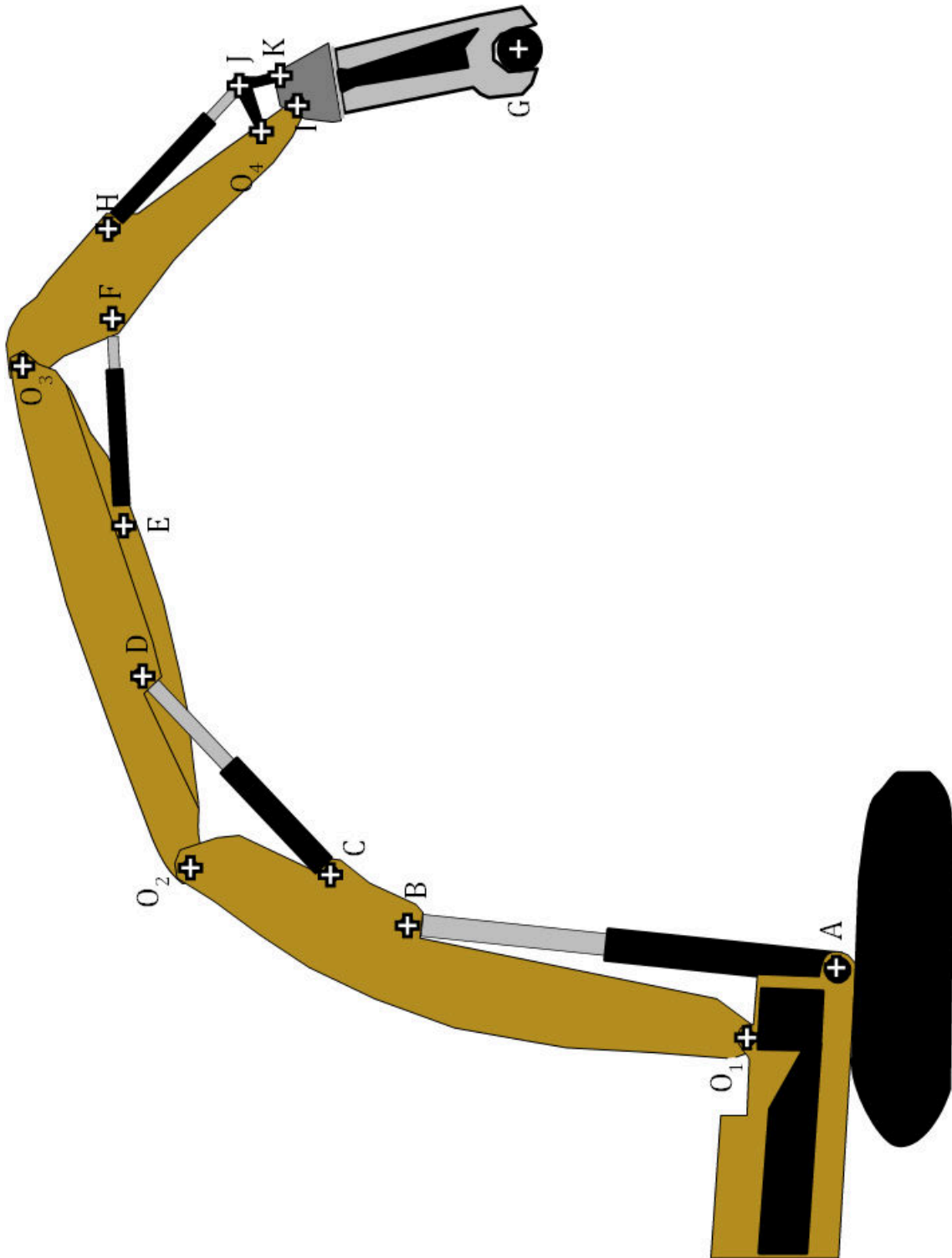


FIGURE 11.2 – Excavatrice DR2

## Assemblage par frettage

---

### Objectif

---

Déterminer l'effort axial maximal transmissible et le couple maximal transmissible entre deux pièces assemblées par frettage.

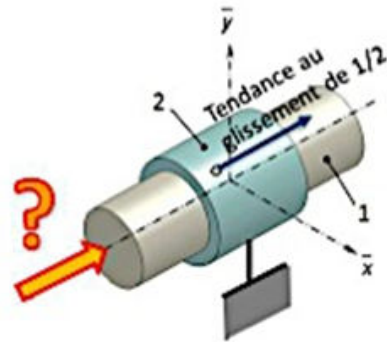
---

Le frettage consiste à encastrer deux pièces en utilisant le phénomène d'adhérence. Avant l'assemblage (réalisé à l'aide d'une presse), l'arbre **1** possède un diamètre légèrement supérieur à celui de l'alésage de la pièce **2** dans laquelle il vient se loger. Après frettage, il subsiste donc une pression de contact  $p$  (supposée uniforme sur toute la surface de contact) entre les deux pièces. Les caractéristiques de cet assemblage par frettage sont :

- le rayon de contact  $R$  ;
- la longueur du contact  $L$  ;
- le coefficient d'adhérence entre les deux pièces  $f_a = \tan(\varphi_a)$ .

### 12.1 Effort axial maximal transmissible

L'effort axial maximal transmissible correspond à la valeur maximale de la composante axiale de la résultante de l'action mécanique qui peut être transmise d'une pièce à l'autre sans qu'elles se désolidarisent. Pour simplifier notre étude, on considère la pièce **2** fixe et on cherche à déterminer la composante axiale de la résultante de l'action mécanique à appliquer à la pièce **1** pour atteindre le glissement de **1** par rapport à **2** suivant  $\vec{z}$ .



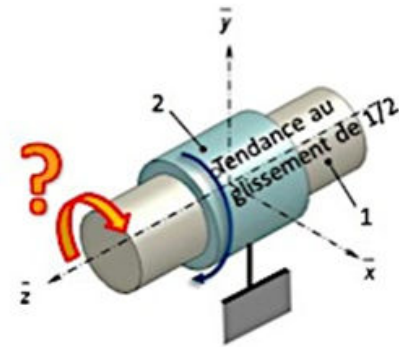
**Question 12.1.** Sur un schéma du contact, placer les actions élémentaires normale et tangentielle de **2** sur **1** en un point  $Q$  quelconque de la surface de contact.

**Question 12.2.** Exprimer l'action mécanique élémentaire de contact  $d\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$  en ce point.

**Question 12.3.** Déterminer la résultante axiale maximale transmissible en fonction de la pression de contact  $p$  et des caractéristiques géométriques du frettage.

## 12.2 Couple maximal transmissible

Le couple (ou moment) maximal transmissible correspond à la valeur maximale de la composante autour de l'axe  $(O, \vec{z})$  du moment résultant de l'action mécanique qui peut être transmise d'une pièce à l'autre sans qu'elles se désolidarisent. Pour simplifier notre étude, on considère la pièce **2** fixe et on cherche à déterminer la composante suivant la direction  $\vec{z}$  à appliquer à la pièce **1** pour atteindre le glissement de **1** par rapport à **2** autour de l'axe  $(O, \vec{z})$ .



**Question 12.4.** *Sur un schéma du contact, placer les actions mécaniques élémentaires dans les directions normale et tangentielle de **2** sur **1** en un point  $Q$  quelconque de la surface de contact.*

**Question 12.5.** *Exprimer l'action mécanique élémentaire de contact  $d\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$  en ce point.*

**Question 12.6.** *Déterminer le couple maximal transmissible en fonction de la pression de contact  $p$  et des caractéristiques géométriques.*

## Métier à tisser

---

### Objectif

---

Dimensionner le guidage des coulisseaux d'un métier à tisser pour éviter tout risque d'arc-boutement.

---



Les premiers métiers à tisser mécaniques ont été installés au Puy-en-Velay au début du XX<sup>e</sup> siècle. Leur fonctionnement reproduit le travail manuel des dentellières mais permet d'effectuer simultanément les mouvements qui peuvent l'être. Les fuseaux, en acier, sont disposés sur un cercle. La « carte » est remplacée par une suite de lattes de carton perforées, le « jacquard », dont les trous représentent les croisements successifs qu'il faut effectuer pour réaliser le motif souhaité. À chaque cycle, un dispositif mécanique lit le jacquard, permute simultanément les couples de fuseaux dont les fils doivent être croisés, puis déplace le jacquard

d'un pas. Chaque fuseau repose, par l'intermédiaire de son porte-fuseau, dans l'espace libre formé par les encoches de deux barillets contigus. Le croisement de deux fils voisins est obtenu en faisant tourner d'un demi-tour le barillet qui leur est commun, tandis que le bâti et les deux barillets situés de part et d'autre, immobiles, guident la base du porte-fuseau. Un dispositif de crabotage individuel, commandé par le jacquard, provoque la mise en rotation de chaque barillet. Un fil peut être croisé soit avec son voisin de droite, soit avec celui de gauche, mais jamais avec les deux simultanément ; le jacquard sélectionne donc alternativement des barillets dont le numéro est pair pour leur faire effectuer un demi-tour dans le sens horaire, puis des barillets impairs qui, eux, tournent d'un demi-tour dans le sens trigonométrique. Lorsqu'un barillet pair doit effectuer un demi-tour, le jacquard le sélectionne en amenant son « aiguille » au-dessus du « couteau » pair. Dans la seconde partie du cycle, ce sont les aiguilles impaires qui sont déplacées au-dessus du couteau impair. Le déplacement vertical de chaque couteau, commandé par une came (voir figure 13.1), soulève simultanément toutes les aiguilles sélectionnées par le jacquard ; un système de tringles et de renvois provoque alors le crabotage des barillets correspondants.

On a constaté une usure rapide des paliers de guidage du coulisseau **3**. On se propose d'étudier les actions mécaniques supportées par ces éléments.

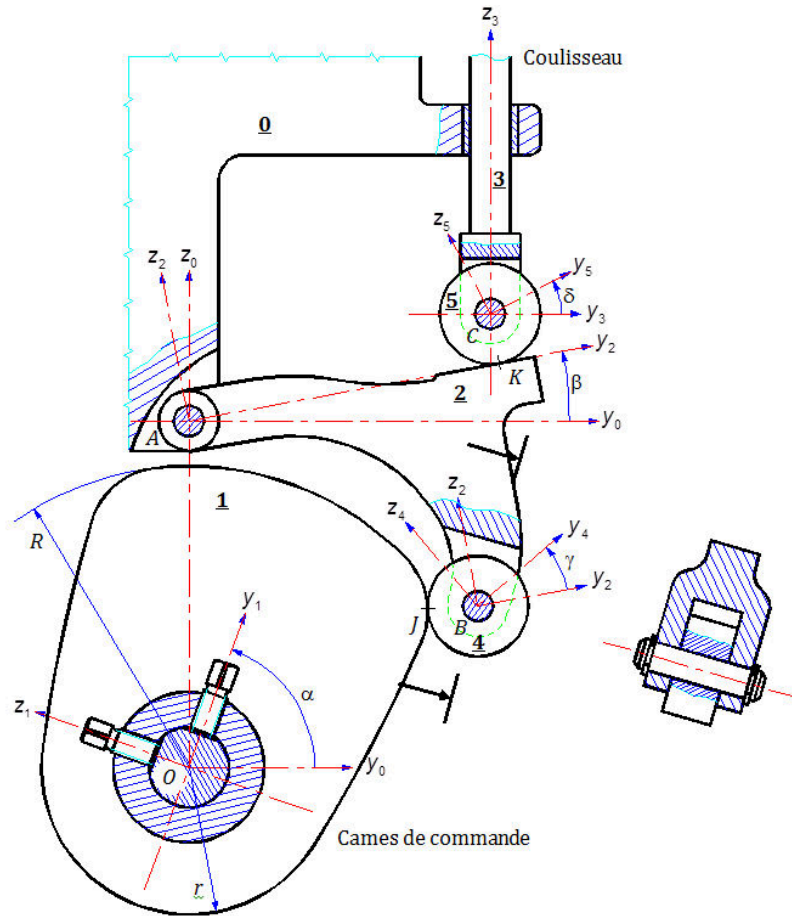


FIGURE 13.1 – Came de commande des couteaux.

Les hypothèses d'étude sont les suivantes :

- le problème est plan ;
- le coulisseau est en position basse, au début de la remontée ;
- l'action du bâti **0** sur le coulisseau **3** est modélisée par deux glisseurs dont les axes centraux passent par les points *D* et *E* ;
- la liaison entre le coulisseau **3** et le bâti **0** présente un frottement de coefficient  $f = \tan(\varphi)$  ;
- la liaison entre la roulette **5** et le coulisseau **3** est supposée parfaite ;
- l'action de la roulette **5** sur le coulisseau **3** est un glisseur de ligne d'action ( $KC$ ) avec  $(\vec{z}_3, \overrightarrow{KC}) = \beta$  ;
- l'effort résistant exercé par les couteaux **6** sur le coulisseau **3** au point *Q* de l'axe ( $C, \vec{z}_0$ ) est de direction verticale descendante et d'intensité  $Q_{63} = 500$  N.

**Question 13.1.** Déterminer graphiquement  $\overrightarrow{D_{0 \rightarrow 3}}$ ,  $\overrightarrow{E_{0 \rightarrow 3}}$ , et  $\overrightarrow{K_{5 \rightarrow 3}}$ .

**Question 13.2.** Déterminer graphiquement sur l'épure du document réponse l'angle  $\beta = \beta_{arc}$  qui provoquerait l'arc-boutement du coulisseau **3**. Sur quelle(s) disposition(s) constructive(s) peut-on agir pour diminuer les risques d'arc-boutement ?

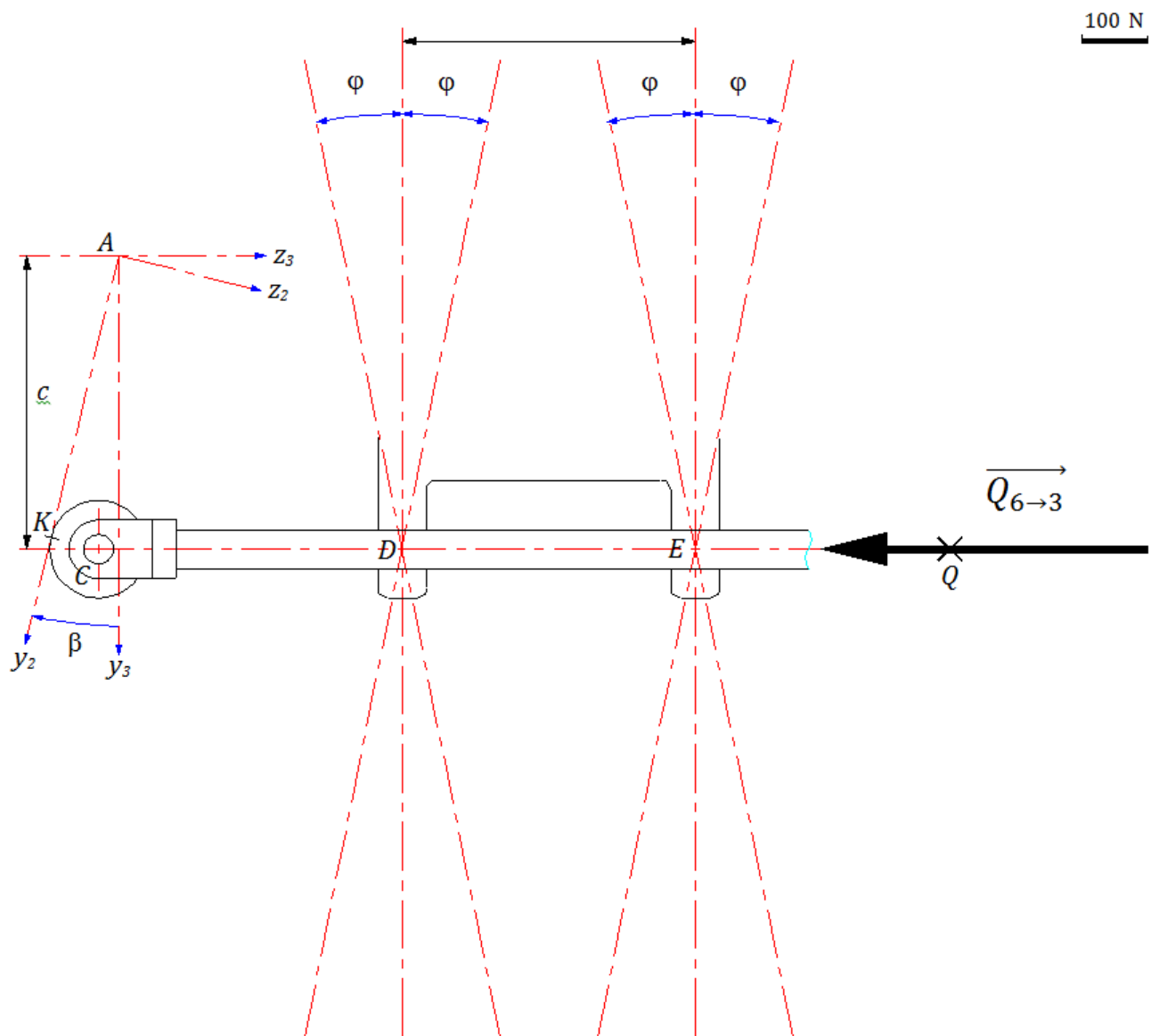


FIGURE 13.2 – Coulisseau du métier à tisser.

## Robot nettoyeur de piscine

### Objectif

Déterminer le coefficient d'adhérence minimal permettant à un robot de piscine de nettoyer les parois en roulant dessus.



L'étude proposée concerne un robot nettoyeur de piscine. Ce robot est conçu pour s'adapter à tout type de bassin et peut nettoyer aussi bien les parois que le fond. Les brosses sont pourvues d'ailettes radiales souples revêtues de matière antidérapante et sont montées sur quatre rouleaux identiques. Chacun des rouleaux-brosses est entraîné en rotation par un pignon de sortie. Une pompe aspire l'eau entre les quatre rouleaux et la refoule, après filtration, selon l'axe central du robot. Ces deux phénomènes d'aspiration (dépression sous le robot) et de refoulement en partie supérieure du robot (effet de réaction) tendent à plaquer le robot sur la surface à nettoyer.

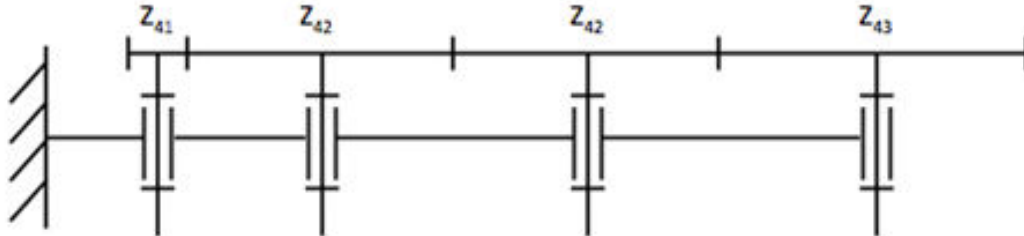
Deux types de parcours sont possibles : « sol » uniquement ou « sol + parois ». Dès sa mise en service en mode automatique ou programmé, le robot se déplace jusqu'à la rencontre d'une paroi. Au contact de celle-ci l'appareil se dresse et signale à l'armoire de commande sa position inclinée. Celle-ci inverse le sens de déplacement du robot si le programme « sol » est sélectionné, sinon il gravit la paroi. Le temps d'une montée de paroi est défini par une temporisation programmable. Cette faculté permet le nettoyage des fosses de plongée d'une manière automatique, sans intervention humaine. Enfin, on précise que ce robot n'est pas entièrement autonome mais est relié à une armoire de commande par un câble qui ne gêne pas son fonctionnement.

TABLE 1 – Données techniques.

Robot	Masse $M = 40$ kg ; Volume de matière : $V_0 = 38$ dm <sup>3</sup> ; pas de volume d'air en vase clos
Brosses	$\phi D_{int} = 115$ mm ; $\phi D_{ext} = 155$ mm
Distance axe brosse/sol	(pompe active) $R_b = 67,5$ mm
Moteur	Alimentation de base : 24 V continu ; Puissance : 50 W ; Vitesse de fonctionnement : $N_m = 1815$ tr/min ; Rendement : $\mu_m = 0,69$
Réducteur	Rapport de réduction : $r = 1/22,7$ Rendement : $\mu_r = 0,91$
Transmission	Rendement : $\mu_t = 0,83$

## 14.1 Étude du déplacement horizontal

Il s'agit ici de comprendre le fonctionnement horizontal du robot. On donne le schéma cinématique minimal de la transmission du moto réducteur, lié au pignon d'entrée **41** ( $Z_{41} = 24$ ), à un rouleau, lié au pignon de sortie **43** ( $Z_{43} = 42$ ).



**Question 14.1.** Donner l'expression du rapport de réduction  $r_t$  de cette transmission. Faire l'application numérique.

**Question 14.2.** Donner l'expression littérale de la vitesse circonférentielle des brosses au niveau du rayon  $R_b$ , dans un repère lié au robot, en fonction de la vitesse de rotation du moteur. Faire l'application numérique.

Pendant son déplacement, le robot subit de la part de l'eau une résistance à l'avancement appelée traînée. Dans ce cas précis, on peut, en première approximation, considérer que la traînée  $T$  est proportionnelle à la vitesse du robot  $V$ . Le coefficient de proportionnalité est noté  $c_1 = 67,5 \text{ N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$ , tel que  $T = c_1 V$ .

### Hypothèses et données supplémentaires :

- le centre de poussée  $A$  (point d'application de la force de poussée d'Archimède) est confondu avec le centre de gravité  $G$  ;
- la résultante des actions de l'eau sur le robot, dues à son avancement, réduite à la traînée, c'est-à-dire de direction horizontale (direction axe  $\Delta$ , point d'application  $D$ , figure 2 du DR) ;
- on note  $G$  le point d'application des forces d'aspiration  $F_a = 25 \text{ N}$  et de refoulement  $F_r = 15 \text{ N}$  ;
- le contact entre les brosses et le sol en  $B$  et  $C$  n'est pas parfait et on note  $f = 0,7$  le coefficient de frottement.

## 14.2 Étude de la montée verticale

Dans cette partie, on cherche à déterminer le coefficient d'adhérence de l'interface brosse-paroi afin de permettre au robot de monter. On étudie la situation d'équilibre quasi-statique du robot en **début de montée** dans la configuration  $\alpha = 5^\circ$ , en négligeant les phénomènes dynamiques (accélérations supposées nulles). On fera de plus les hypothèses suivantes :

- l'effort d'aspiration  $F_a$  est négligeable ;
- le centre de poussée  $A$  est confondu avec le centre de gravité  $G$  ;



- l'action de l'eau due à l'avancement du robot  $T$  est négligeable ;
- il y a le même type de contact entre les brosses et le fond ou les parois ;
- les coordonnées des points  $B$  et  $D$  dans le repère  $(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  sont  $B(a, 0, b)$  et  $D(c, 0, d)$  avec :

$$a = -202 \text{ mm} \quad b = 173 \text{ mm} \quad c = 289 \text{ mm} \quad d = 64 \text{ mm}$$

**Question 14.3.** *Réaliser le bilan des actions mécaniques agissant sur le robot dans cette configuration et mettre en place leur modèle vectoriel sur le schéma du document réponse.*

**Question 14.4.** *Écrire les équations issues du principe fondamental de la statique appliqué au robot au point  $G$ . L'angle  $\alpha$  étant considéré petit, simplifier les équations précédentes.*

**Question 14.5.** *Déduire l'expression du coefficient d'adhérence minimum assurant la montée du robot. Faire l'application numérique.*

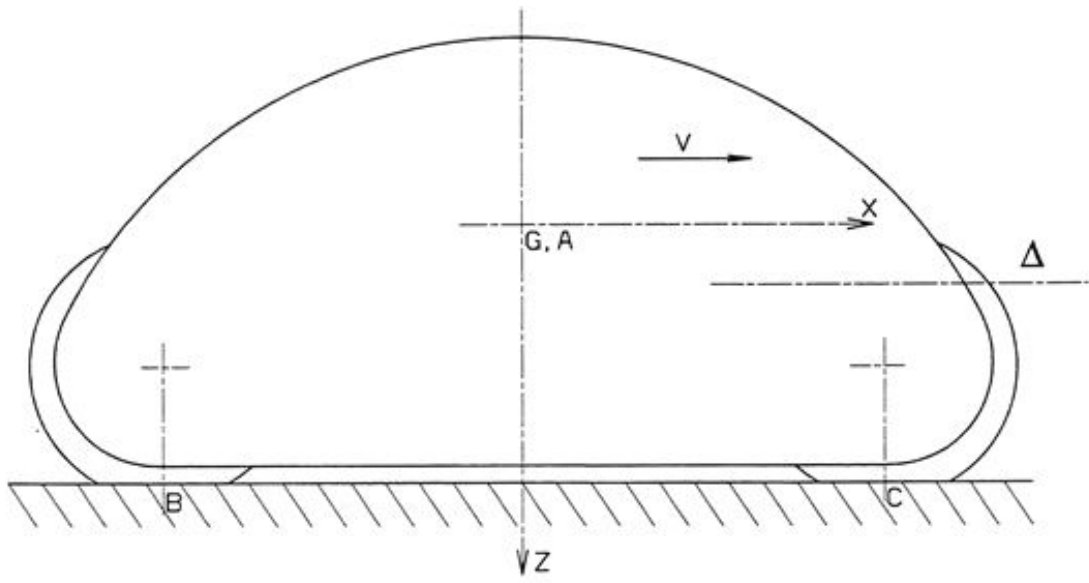


FIGURE 14.1 – Robot sur le fond.

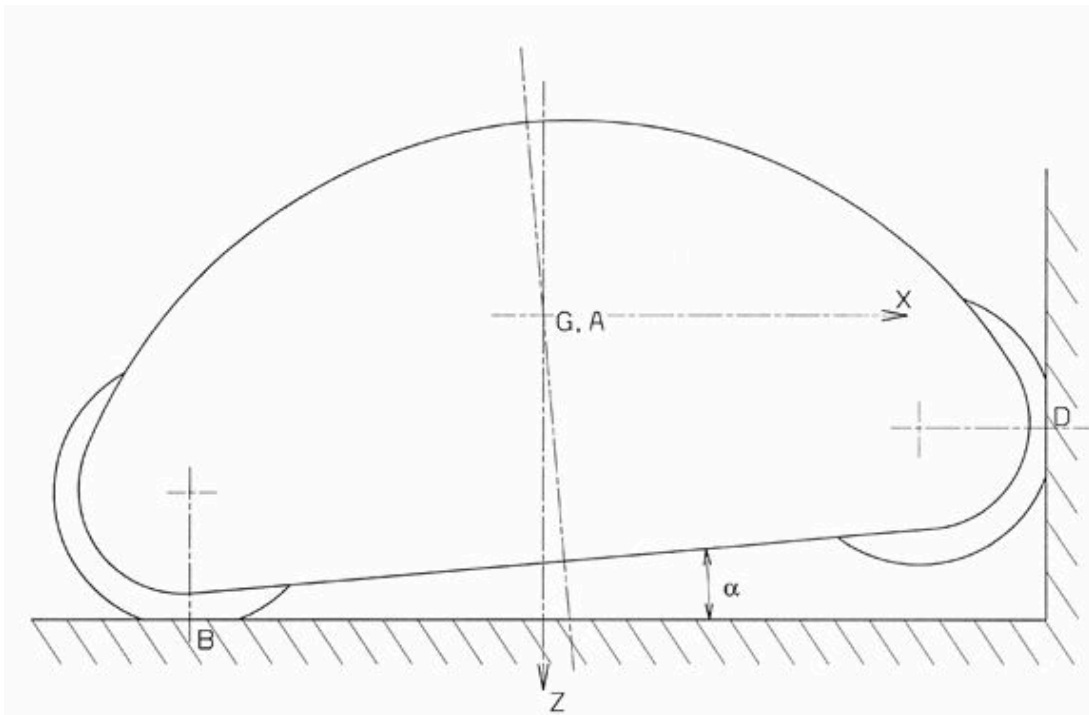


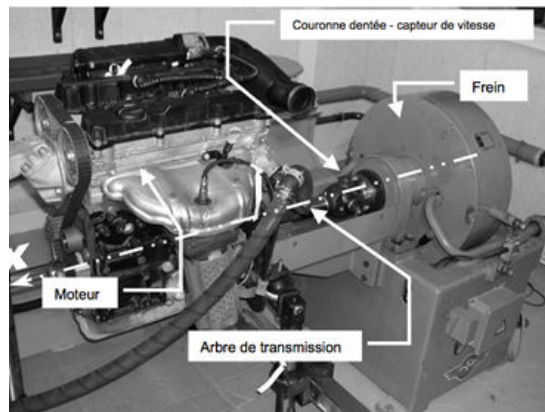
FIGURE 14.2 – Robot en début de montée.

## Banc de test moteurs

### Objectif

Vérifier les performances de la chaîne fermée d'un banc moteur.

Pendant la phase de la mise au point de moteurs de véhicules automobiles, les constructeurs testent les moteurs sur des bancs d'essais reproduisant au mieux les conditions d'utilisation. Le moteur est installé dans une salle spécifique. Il est accouplé à un appareillage permettant de le freiner. Ce freinage reproduit la charge « vue » par le moteur lors de son exploitation future sur le véhicule. Plusieurs types de technologie sont employés pour freiner le moteur lors de son fonctionnement sur le banc, nous allons étudier le frein à courants de Foucault pour la suite du problème.



Le moteur entraîne par l'intermédiaire d'un arbre de transmission, le rotor du frein électrique. Le frein exerce alors un couple de freinage sur l'arbre permettant de représenter le couple résistant que pourra « voir » le moteur lors de son exploitation sur le véhicule.

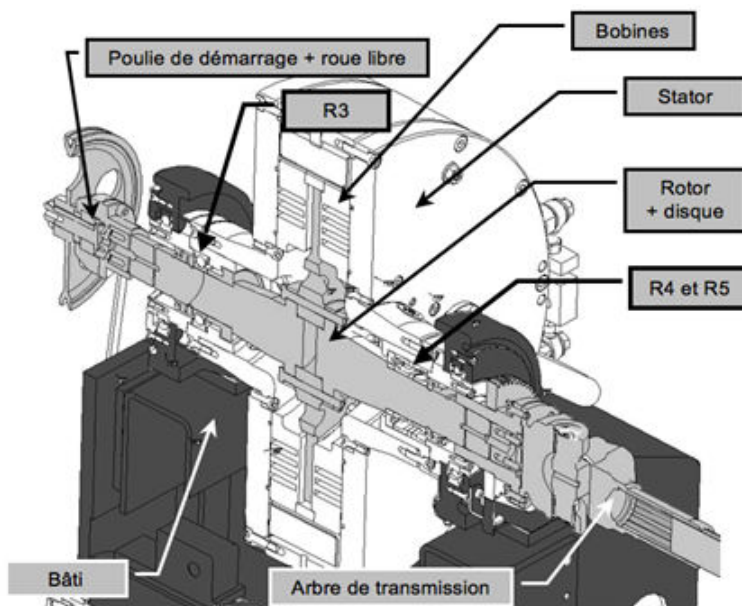


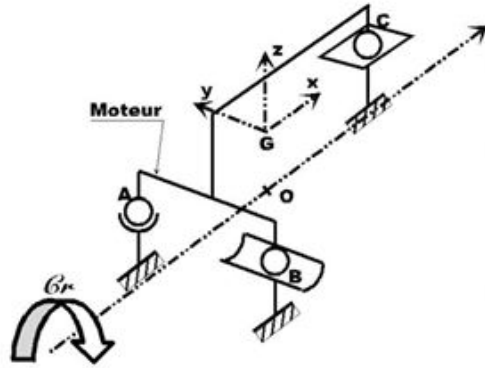
FIGURE 15.1 – Frein du banc moteur.

Le frein à courants de Foucault est constitué de deux éléments principaux :

- le disque du frein lié au rotor du moteur par l'intermédiaire de l'arbre de transmission et guidé en rotation à l'aide de roulements à billes ;
- de bobines électriques, liées au stator générant un champ magnétique perpendiculaire au disque.

Le déplacement du disque de frein (en matériau conducteur) par rapport aux bobines induit un courant électrique radial, appelé courant de Foucault, dont l'intensité est proportionnelle à sa vitesse de déplacement par rapport aux bobines et à l'amplitude du champ magnétique généré par ces dernières. La présence de ce courant dans le champ magnétique induit à son tour une action mécanique sur le disque de type couple résistant. Il suffit de faire varier le champ magnétique pour faire varier le couple résistant. Une unité de commande se charge de piloter ce courant. Celle-ci assurera donc le rôle du système de régulation du couple exercé par le frein.

Afin de déterminer les efforts dans les liaisons au niveau des silent-blocs (ce qui permettrait de les dimensionner), on propose la modélisation isostatique composée d'une liaison sphérique de centre  $A$ , d'une liaison sphère-cylindre d'axe  $(B, \vec{y})$  et d'une liaison sphère-plan de normale  $(C, \vec{z})$ . On suppose que le moteur est soumis à un simple couple résistant constant  $\vec{C}_r = C_r \vec{x} = 100 \vec{x} \text{ N}\cdot\text{m}$  issu du frein, et que le bloc moteur, de centre de gravité  $G$ , a une masse  $m = 80 \text{ kg}$ .



On donne les grandeurs géométriques en millimètres suivantes :

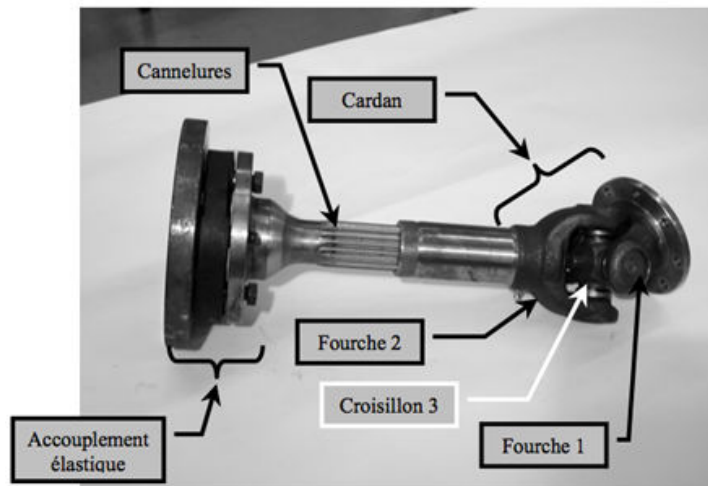
- $\vec{AB} = l_{yB} \vec{y} = -300 \vec{y}$
- $\vec{AG} = l_{xG} \vec{x} + l_{yG} \vec{y} + l_{zG} \vec{z} = 150 \vec{x} - 100 \vec{y} + 150 \vec{z}$
- $\vec{AC} = l_{xC} \vec{x} + l_{yC} \vec{y} + l_{zC} \vec{z} = 600 \vec{x} - 150 \vec{y} + 350 \vec{z}$
- $\vec{AO} = l_{xO} \vec{x} + l_{yO} \vec{y} + l_{zO} \vec{z} = 150 \vec{x} - 150 \vec{y} + 100 \vec{z}$

**Question 15.1.** Écrire l'équilibre du moteur au point  $A$  dans la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ . Déterminer les actions de liaisons en  $A$ ,  $B$  et  $C$  sous forme littérale puis numérique.

## 15.1 Liaison moteur-frein / arbre de transmission

L'arbre de transmission entre le moteur et le frein comporte trois liaisons :

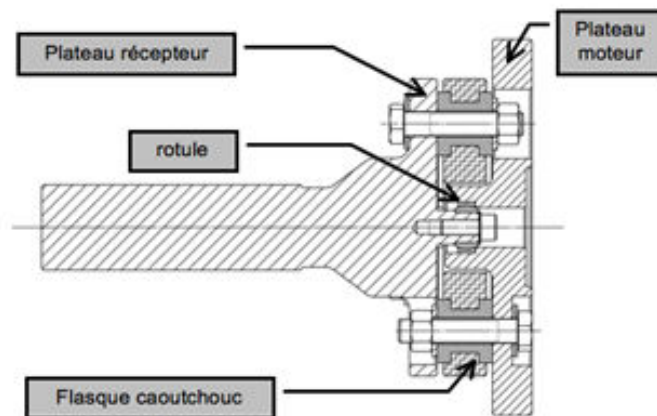
- la liaison entre le plateau moteur et le plateau récepteur est réalisée par un accouplement élastique côté moteur ;
- la liaison entre le plateau récepteur et la fourche 2 est réalisée par un accouplement par cannelures dans la partie centrale de l'arbre ;
- la liaison entre les fourches 1 et 2 est réalisée par un joint de Cardan côté frein, que l'on modélisera comme une liaison sphérique à doigt.



L'assemblage dans la partie centrale de l'arbre est réalisé par cannelures de longueur supérieure à deux fois le diamètre de l'arbre.

**Question 15.2.** Proposez un modèle de liaison correspondant à cette solution technologique.

Le vilebrequin du moteur à tester est accouplé à l'arbre de transmission du banc moteur par un accouplement constitué d'une rotule métallique et d'un flasque caoutchouc. La rotule métallique assure le guidage des deux axes. Le flasque caoutchouc est en liaison encastrement avec le plateau-moteur par trois vis et avec le plateau-récepteur par trois autres vis. Il assure la transmission du couple.

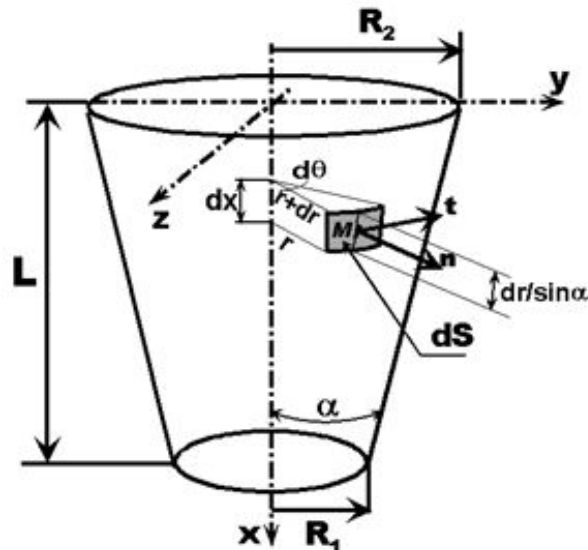


**Question 15.3.** Proposez un modèle de liaison correspondant à cette solution technologique.

**Question 15.4.** Construire, d'après les réponses aux questions précédentes, le schéma cinématique plan de la transmission moteur-frein. Expliquer pourquoi ce type de transmission a été choisi.

## 15.2 Accouplement conique

Le rotor du frein est accouplé à l'arbre de transmission venant du moteur par une bride conique (annexe 1). Lors du montage, un effort axial  $\vec{F}_x = F_x \vec{x}$ , exercé par la bride **1** sur l'arbre rotor **2**, génère une pression de contact  $p$  entre **1** et **2**, normale à la surface de contact. La conicité étant faible, il y a alors coincement de **1** sur **2**. Ce coincement doit être suffisant pour transmettre le couple maximal pour lequel le frein a été conçu, soit  $700 \text{ N}\cdot\text{m}$ .



Dans ce qui suit, on cherche à déterminer la valeur de l'effort axial à imposer au montage en fonction du couple maximal que pourra effectivement transmettre la liaison. On utilisera pour ce faire le modèle de calcul illustré ci-dessus, où  $\vec{n}$  représente le vecteur normal extérieur à l'élément de surface  $dS$  au point  $M$  et  $\vec{t}$  un vecteur tangent à l'élément de surface  $dS$  au point  $M$  parallèle au plan  $(O, \vec{y}, \vec{z})$ . On note :

- $\mu = 0,2$  le coefficient de frottement entre **1** et **2** ;
- $C = 700 \text{ N}\cdot\text{m}$  le couple maximal à transmettre ;
- $R_1 = 22,5 \text{ mm}$  et  $R_2 = 24,5 \text{ mm}$  les rayons inférieur et supérieur de la surface conique et longueur  $L = 77 \text{ mm}$  ;
- $p$  la pression de contact supposée uniforme.

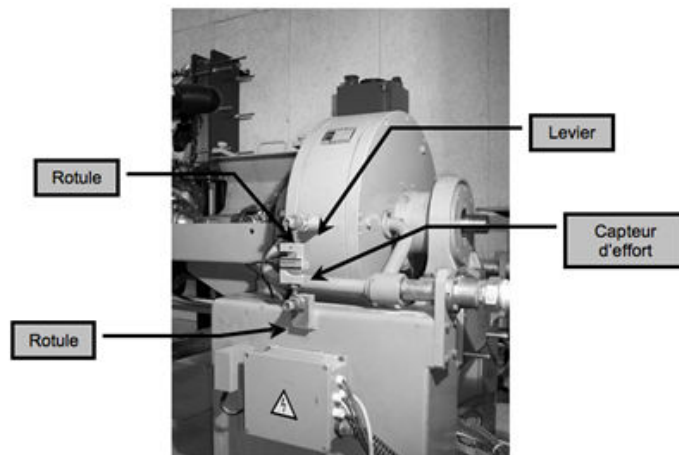
**Question 15.5.** Déterminer une expression de l'effort axial  $F_x$  en fonction de la pression de contact  $p$  et des rayons  $R_1$  et  $R_2$ .

**Question 15.6.** Déterminer une expression du couple maximal transmissible  $C$  en fonction de la pression de contact  $p$ , du coefficient de frottement  $\mu$ , de la longueur  $L$  et des rayons  $R_1$  et  $R_2$ .

**Question 15.7.** Dédurre des questions précédentes une expression de l'effort axial  $F_x$  en fonction du couple  $C$  et des caractéristiques du contact.

### 15.3 Calibrage du capteur d'effort

Une fonction importante du frein est de mesurer le couple fourni par le moteur. Un capteur d'effort est monté en bout du levier solidaire du stator. Le couple mécanique exercé par le moteur sur le rotor est équilibré par le couple électromagnétique entre le stator et le rotor. Par réaction, ce couple électromagnétique va faire pivoter le stator qui est en rotation par rapport au bâti. L'arrêt en rotation du stator par rapport au bâti est réalisé grâce au levier et au capteur. Sous l'effet d'un effort de même intensité, on suppose que le capteur se déforme de la même valeur en traction et en compression.



On note  $\vec{T}_{\text{cap}} = T_{\text{cap}} \vec{z}$  l'action du capteur sur le levier, avec  $\vec{g} \wedge \vec{z} = \vec{0}$  et  $\vec{g} \cdot \vec{z} < 0$  où  $\vec{g}$  est l'accélération de la pesanteur. Avant toute mesure, il est nécessaire de réaliser un calibrage du capteur d'effort. Ce calibrage est effectué à l'arrêt (pas de couple moteur), grâce à des masses que l'on vient accrocher à l'un des deux bras d'étalonnage  $L_1$  et  $L_2$ , liés temporairement au stator pour cette phase de réglage (voir figure 15.2).

#### Calibrage sens +

Dans ce cas il y a traction sur le capteur d'effort : on accroche les masses au bras  $L_2$ .

**Question 15.8.** *En utilisant les données géométriques de la figure 15.2, déterminer la relation liant l'effort  $T_{\text{cap}}$  à la masse  $M_2$  et aux grandeurs géométriques  $R$  et  $Q$ .*

#### Calibrage sens -

Dans ce cas il y a compression sur le capteur d'effort : on accroche les masses au bras  $L_1$ .

**Question 15.9.** *En utilisant les données géométriques de la figure 15.2, déterminer la relation liant l'effort  $T_{\text{cap}}$  à la masse  $M_2$  et aux grandeurs géométriques  $R$  et  $Q$ .*

**Question 15.10.** *Quel est l'intérêt de ce double calibrage ?*

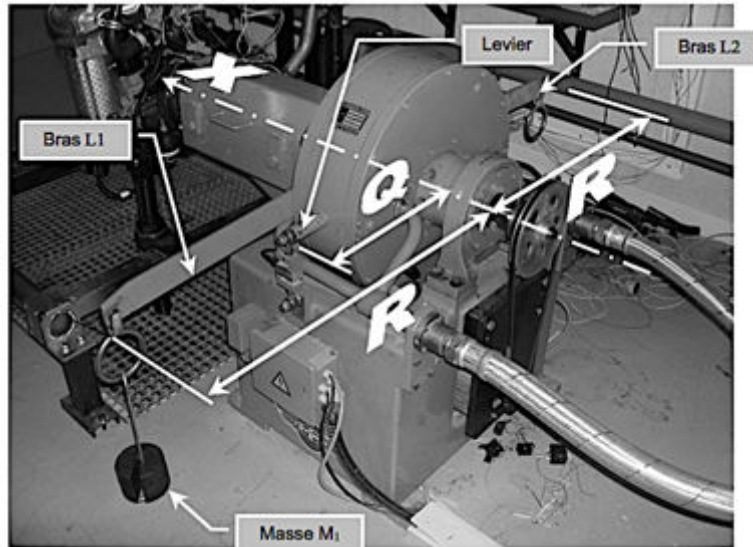
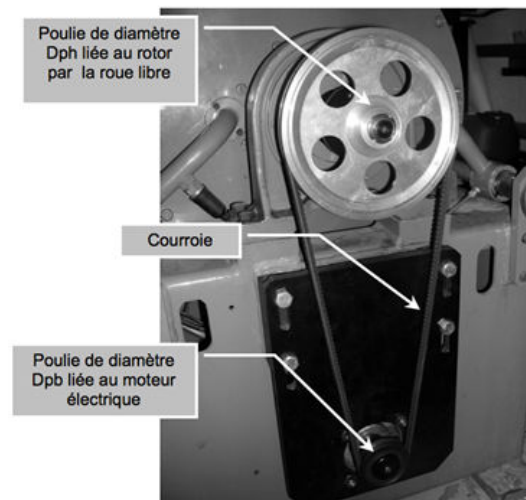


FIGURE 15.2 – Calibrage du capteur par des masses.

## 15.4 Système de démarrage

Un moteur électrique entraîne le moteur thermique jusqu'à son démarrage. Ce moteur électrique, situé sous le frein, entraîne le rotor par le biais d'une transmission de type poulie-courroie. Une roue libre à rouleaux est intercalée entre la grande poulie de diamètre  $\phi D_{ph}$  et le rotor du frein. Cette roue libre ne permet l'entraînement en rotation que dans un sens.

**Question 15.11.** Pourquoi est-il nécessaire d'installer ce type de composant ?



**Caractéristiques de la transmission poulie-courroie :**

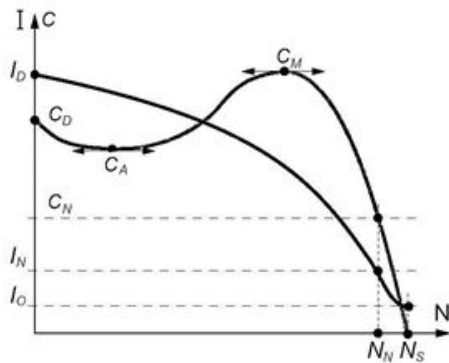
- diamètre primitif de la poulie basse  $\phi D_{pb} = 75$  mm (liée au moteur électrique) ;
- diamètre primitif de la poulie haute  $\phi D_{ph} = 150$  mm (liée au rotor du frein) ;
- hypothèse : rendement unitaire ( $= 1$ ) de la transmission poulie-courroie.

**Caractéristiques du moteur thermique :**

Le couple nécessaire pour faire tourner le moteur thermique au démarrage est de  $C_{md} = 18$  N · m. Ce couple correspond au couple nécessaire à la compression de l'air dans les chambres de combustion, ainsi qu'aux nombreux frottements à vaincre dans les liaisons. On prendra pour hypothèse que ce couple est constant, pour toute la phase de démarrage.



**Caractéristiques du moteur électrique :**



Les caractéristiques du moteur électrique sont représentées par la figure ci-contre. Cette figure représente la variation du couple et de l'intensité électrique du moteur électrique pour différentes vitesses.

$C_N = 10 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,  $N_N = 1428 \text{ tr/min}$ ,  
 $C_A = 16 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,  $C_D = 18 \text{ N} \cdot \text{m}$  et  $C_M = 23 \text{ N} \cdot \text{m}$ .

**Question 15.12.** Vérifier, en fonction des données du problème ci-dessus, que le moteur électrique peut entraîner le moteur thermique pendant la phase de démarrage. Justifier votre réponse.

**Annexe 1 : accouplement conique**

